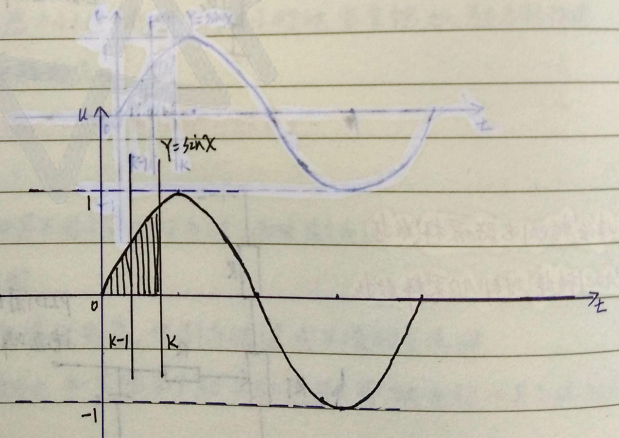


这里的阴影面积为 $s = \int_0^k (\sin x - 0) \cdot dx = \int_0^k \sin x \cdot dx$

不论 x 为何值时 y 的值范围都在 $1 \sim (-1)$ 间, 所以 x 等于多少时, 指的是复数
 这就表示在求正弦值时将一个周期的正弦信号分成 N 份, 取 k 份时, 实际上取的是 $[\frac{k}{N} \cdot (180^\circ)]$
 这个数其实就是 x , 再求 y 值

如果是求两个中间的面积



先求 $x=k$ 的面积 $s_1 = \int_0^k (\sin x - 0) \cdot dx = \int_0^k \sin x \cdot dx$

再求 $x=k-1$ 的面积 $s_2 = \int_0^{k-1} (\sin x - 0) \cdot dx = \int_0^{k-1} \sin x \cdot dx$

中间的面积 $= s_1 - s_2 = \int_0^k \sin x \cdot dx - \int_0^{k-1} \sin x \cdot dx = \int_{k-1}^k \sin x \cdot dx$ (1)

积为微分的逆运算 积的几何意义 通俗的说是求曲边三角形的面积

基本公式: 如果 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的一个原函数则:

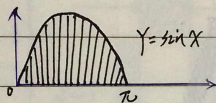
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

牛顿-莱布尼茨公式

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = F(x) \Big|_a^b$$

基本公式表明: 一个连续函数在区间 $[a, b]$ 上的定积为等于它的任意一个原函数 $[a, b]$ 上的增量

计算 曲线 $y = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上与 x 轴所围成的平面图形的面积



$$A = \int_0^{\pi} \sin x \cdot dx$$

因为 $\sin x \cdot dx = -\cos x$

重点

$$A = [-\cos x] \Big|_0^{\pi}$$

$$\begin{matrix} \cos 0 = 1 \\ \cos \pi = -1 \end{matrix}$$

$$A = -\cos \pi - [-\cos 0]$$

$$A = -\cos \pi + \cos 0$$

$$A = \cos 0 - \cos \pi = 1 + 1 = 2$$

被积函数的常数因子可以提到定积为符号前面

$$\int_a^b A f(x) dx = A \int_a^b f(x) dx \quad (A \text{ 为常数})$$

综合上例所示, 则前面的公式可得

$$S_1 - S_2 = \int_{k-1}^k \sin x dx = \cos(k-1) - \cos(k)$$

② 基础公式

正弦波面积等效法 (单极性半波)

将正弦信号的正半周 (π) 分为 N 等份, 则每份为 π/N 弧度

用脉冲高度为 $U_s/2$, U_s 为直流母线电压 设第 k 个脉冲宽度为 $\delta(k)$

则 k 份正弦面积与对应的第 k 个 PWM 脉冲面积相等

正半周信号为: $U_m \sin X \pi \cdot dt$

第 k 个 PWM 脉冲面积为: $\delta(k) \cdot U_s/2$

$$k \text{ 份正弦面积为: } \int_{\frac{\pi}{N}(k-1)}^{\frac{\pi}{N}k} U_m \sin X \cdot dt \Rightarrow U_m \int_{\frac{k-1}{N}\pi}^{\frac{k}{N}\pi} \sin X \cdot dt$$

$$\text{则: } \delta(k) \cdot \frac{U_s}{2} = U_m \left[\cos \left(\frac{k-1}{N} \pi \right) - \cos \left(\frac{k}{N} \pi \right) \right]$$

$$\delta(k) = \frac{2U_m}{U_s} \left[\cos \left(\frac{k-1}{N} \pi \right) - \cos \left(\frac{k}{N} \pi \right) \right]$$

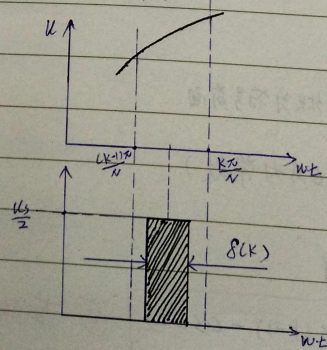
其中: N 为 N 等份, k 为其中某一份

$\delta(k)$ 为脉冲宽度, 可也为载波的设定值

可见这个脉冲宽度只能是: $\delta(k) \leq$ 载波的幅值 (最大设定值)

$\frac{2U_m}{U_s}$ 在这里可以看作是某一系数

只要保证在取正弦表里的值时, 其中里面最大的正弦值 (脉冲宽度) \leq 载波的幅值就行了
要满足上述条件 这个系数 ($\frac{2U_m}{U_s}$) 就起作用了

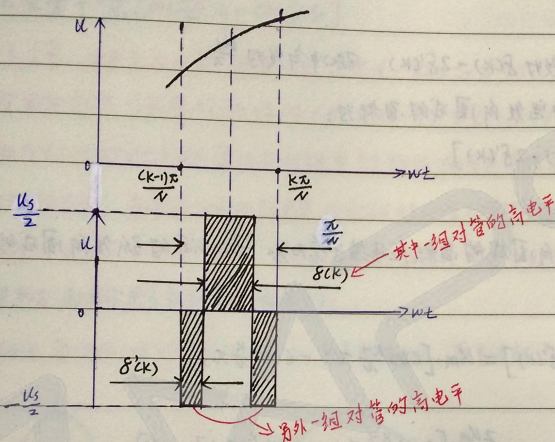


正弦波面积等效法 (双极性半波)

在双极性面积等效法中, 逆变器主电路中每个桥臂的两个开关元件交替通断,

处于互补工作方式, 同等极性面积算法一样。

将正弦信号半周期分为 N 等份, 其第 k 等份面积与所对应的 PWM 脉冲面积相等

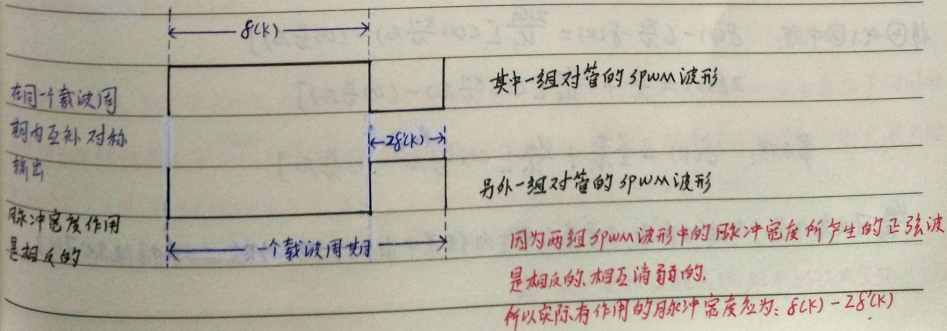


正弦波信号: $U_m \sin \pi dt$

其中 U_m 为正弦波幅值 N 为等份

则每等份为 $\frac{\pi}{N}$ 弧度 (一个载波周期的大小, 为载波的幅值 (设定值))

脉冲冲高度为 $\frac{U_s}{2}$, 脉冲冲宽度为 δck



第 k 份的面积也是 $\frac{k}{N}\pi$ 和 $\frac{k-1}{N}\pi$ 间的弧段所围成的面积为

$$S_1 = \int_{\frac{(k-1)\pi}{N}}^{\frac{k\pi}{N}} \mu_m \sin t dt$$

$$\text{得 } S_1 = \mu_m \left[\cos \frac{(k-1)\pi}{N} - \cos \frac{k\pi}{N} \right] \quad (1)$$

真正有用的脉冲宽度为 $f(k) - 2f'(k)$, 脉冲高度为 $\frac{\mu_3}{2}$

所以这个有用的脉冲宽度所围成的面积为:

$$S_2 = \frac{\mu_3}{2} \cdot [f(k) - 2f'(k)]$$

根据面积等效法:

这个有用的脉冲宽度所围成的面积应该等于 $\frac{k}{N}\pi$ 和 $\frac{k-1}{N}\pi$ 间的弧段所围成的面积

$$\text{即: } S_1 = S_2$$

$$\text{得 } \frac{\mu_3}{2} \cdot [f(k) - 2f'(k)] = \mu_m \cdot \left[\cos \frac{(k-1)\pi}{N} - \cos \frac{k\pi}{N} \right]$$

$$\Rightarrow f(k) - 2f'(k) = \frac{2\mu_m}{\mu_3} \left[\cos \frac{(k-1)\pi}{N} - \cos \frac{k\pi}{N} \right] \quad (2)$$

因为 $f(k)$ 和 $2f'(k)$ 合在一起刚好等于一个 $\frac{\pi}{N}$ 弧段 (也是一个载波周期, 即等于一个幅值的大小)

$$\text{所以得 } f(k) + 2f'(k) = \frac{\pi}{N} \quad (3)$$

$$\text{由(3)得 } 2f'(k) = \frac{\pi}{N} - f(k) \quad (4)$$

$$\text{将(4)代入(2)中得: } f(k) - \left(\frac{\pi}{N} - f(k) \right) = \frac{2\mu_m}{\mu_3} \left[\cos \frac{(k-1)\pi}{N} - \cos \frac{k\pi}{N} \right]$$

$$2f(k) = \frac{\pi}{N} + \frac{2\mu_m}{\mu_3} \left[\cos \frac{(k-1)\pi}{N} - \cos \frac{k\pi}{N} \right]$$

$$\text{最后得: } f(k) = \frac{1}{2} \frac{\pi}{N} + \frac{\mu_m}{\mu_3} \left[\cos \frac{(k-1)\pi}{N} - \cos \frac{k\pi}{N} \right]$$

$\frac{\mu_m}{\mu_3}$ 可以看作是一个合适的系数, 只要最后整个的结果中最大的 $f(k) \leq$ 载波的幅值就可以了

这是双极性半波的正弦表计算公式