

图 12.16 (续) 二阶滤波器函数

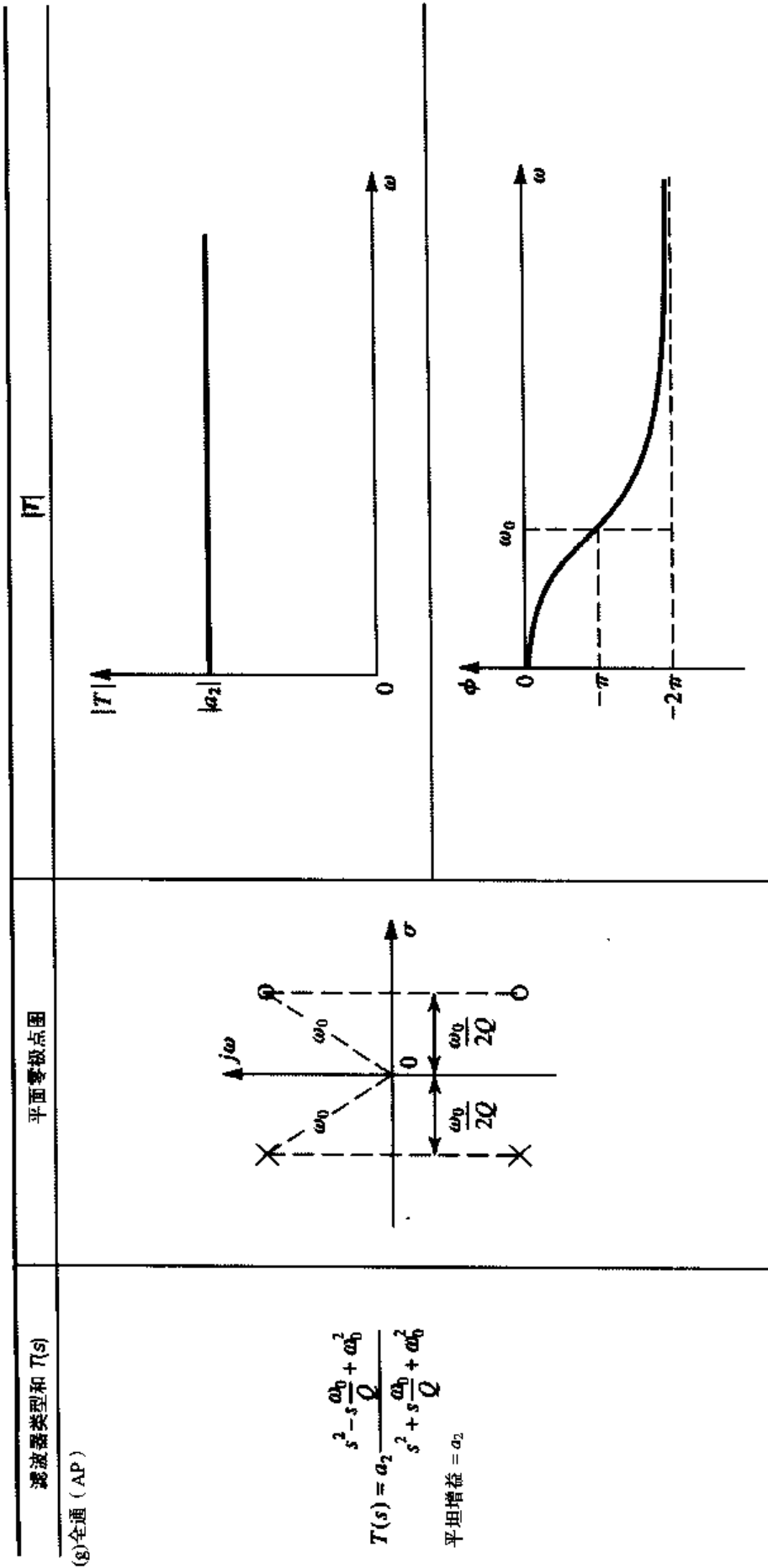


图 12.16 (续) 二阶滤波器函数

练习 12.15 (a) 二阶陷波函数的  $\omega_n = \omega_0$ , 要求带宽  $BW_a$  内的衰减超过  $A$  dB, 证明  $Q$  满足下式:

$$Q \leq \frac{\omega_0}{BW_a \sqrt{10^{A/10} - 1}}$$

(提示: 首先证明  $|T|$  相同时的任何两个频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  之间有  $\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$  这样的关系。) (b) 利用 (a) 的结果, 证明 3 dB 带宽等于  $\omega_0/Q$ , 如图 12.16 (d) 所示。

练习 12.16 考虑一个低通陷波函数,  $\omega_0 = 1$  rad/s,  $Q = 10$ ,  $\omega_n = 1.2$  rad/s, 直流增益等于 1。求峰值时的频率和幅度以及高频传输特性。

答案: 0.986 rad/s; 3.17; 0.69

## 12.5 二阶 LCR 谐振器

这一节将介绍图 12.17 (a) 所示的 LCR 谐振器, 并讨论利用该谐振器来实现各种二阶滤波器函数的电路。我们将在下一节讨论电感  $L$  被运算放大器构成的模拟电感取代后的运算放大器 RC 电路——运算放大器 RC 谐振器。这类电路实际上是非常重要的一类有源 RC 滤波器, 我们将在 12.6 节讨论。

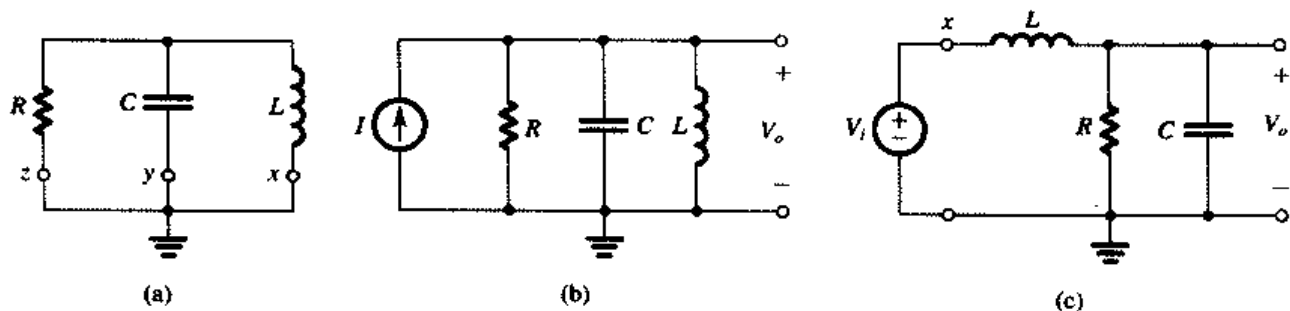


图 12.17 (a) 二阶并联 LCR 谐振器; (b, c) 两种给 (a) 电路加激励信号但不改变电路结构的方法: 谐振器的极点就是  $V_o/I$  和  $V_o/V_i$  的极点

### 12.5.1 谐振器的极点

确定图 12.17 (a) 所示并联谐振电路的极点可以通过外加激励但不改变电路结构的方法得到。两种可用的外加激励的方法如图 12.17 (b) 和 (c) 所示。图 12.17 (b) 所示的激励源是并联的电流源  $I$ 。由于考虑电路的稳态响应时独立的理想电流源等效于开路, 因此图 12.17 (b) 所示的激励不会改变电路结构。所以通过求解图 12.17 (b) 中任何响应函数的极点都可以确定谐振器的极点。例如, 我们把跨接在谐振器两端的电压  $V_o$  作为响应可得到响应函数  $V_o/I = Z$ , 其中  $Z$  是并联谐振电路的阻抗。为便于分析, 我们采用导纳  $Y$ , 即

$$\begin{aligned} \frac{V_o}{I} = \frac{1}{Y} &= \frac{1}{(1/sL) + sC + (1/R)} \\ &= \frac{s/C}{s^2 + s(1/CR) + (1/LC)} \end{aligned} \quad (12.31)$$

将分母写成标准形式  $[s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2]$ , 则有

$$\omega_0^2 = 1/LC \quad (12.32)$$

和

$$\omega_0/Q = 1/CR \quad (12.33)$$

即

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (12.34)$$

$$Q = \omega_0 CR \quad (12.35)$$

读者对上述表达式应该比较熟悉，在电路理论入门课程中都介绍过并联谐振回路的性质。

图 12.17 (c) 所示的是另一种外加激励源求解并联 LCR 谐振器极点的方法。其中，电感  $L$  的一端与地断开，接到理想电压源  $V_i$  上。就电路的稳态响应而言，独立的理想电压源等效于短路，图 12.17 (c) 所示的激励没有改变谐振器的电路结构，我们可以利用图 12.17 (c) 所示电路来确定谐振器的极点，即任何响应函数的极点。例如，我们可以采用  $V_o$  作为变量求解传输函数  $V_o/V_i$ ，读者可以很容易证明其极点频率即为先前推导的结果。

设计时一般是给定  $\omega_0$  和  $Q$ ，然后求  $R$ 、 $L$  和  $C$  的值。式 (12.34) 和式 (12.35) 这两个方程中有 3 个未知量，我们通常利用一个独立的变量，从而将电路的输入阻抗设定为可求出实际电路元件值的某个值。

### 12.5.2 传输零点的实现

选定 LCR 谐振器的元件参数使其满足给定的共轭复数对极点的要求之后，现在我们考虑采用谐振器来实现所需滤波器的类型（比如低通、高通等）。具体而言，我们要找出外加输入激励源  $V_i$  的位置以使传输函数满足设计要求。为此我们来看图 12.17 (a) 所示的谐振器电路， $x$ 、 $y$  和  $z$  三个节点中的任何一个可以与地断开并连接到  $V_i$  而不会改变电路的极点频率。这时的电路就具有了分压形式，如图 12.18 (a) 所示，其实现的传输函数如下：

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} \quad (12.36)$$

我们发现，传输零点就是那些使得  $Z_2(s)$  等于 0 且  $Z_1(s)$  不同时为 0 的  $s$  值；或者是使  $Z_1(s)$  为无限且  $Z_2(s)$  不同时为无限的  $s$  值。这一表述的物理意义是：输出零点不是在  $Z_2(s)$  呈现短路状态就是在  $Z_1(s)$  呈现开路状态的情况下获得的。如果在某个  $s$  值上， $Z_1(s)$  和  $Z_2(s)$  同时为 0，那么  $V_o/V_i$  将为有限值而没有传输零点出现。同样，如果  $Z_1(s)$  和  $Z_2(s)$  同时为无限， $V_o/V_i$  仍然为有限值而没有传输零点出现。

### 12.5.3 低通传输函数的实现

采用上述方法实现低通传输函数时，节点  $x$  必须和地断开并且与  $V_i$  连接，如图 12.18 (b) 所示。当串联阻抗为无限 ( $s = \infty$  时的  $sL$  为无限) 或者并联阻抗为 0 ( $s = \infty$  时的  $1/[sC + (1/R)]$  为 0) 时，电路具有传输零点。这样，电路就有了两个  $s = \infty$  的传输零点，因此满足了低通滤波器的要求。传输函数既可以通过观察得到，也可以利用分压规则得到。采用后一种方法可以得到

$$\begin{aligned} T(s) &\equiv \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} = \frac{1/sL}{(1/sL) + sC + (1/R)} \\ &= \frac{1/LC}{s^2 + s(1/CR) + (1/LC)} \end{aligned} \quad (12.37)$$

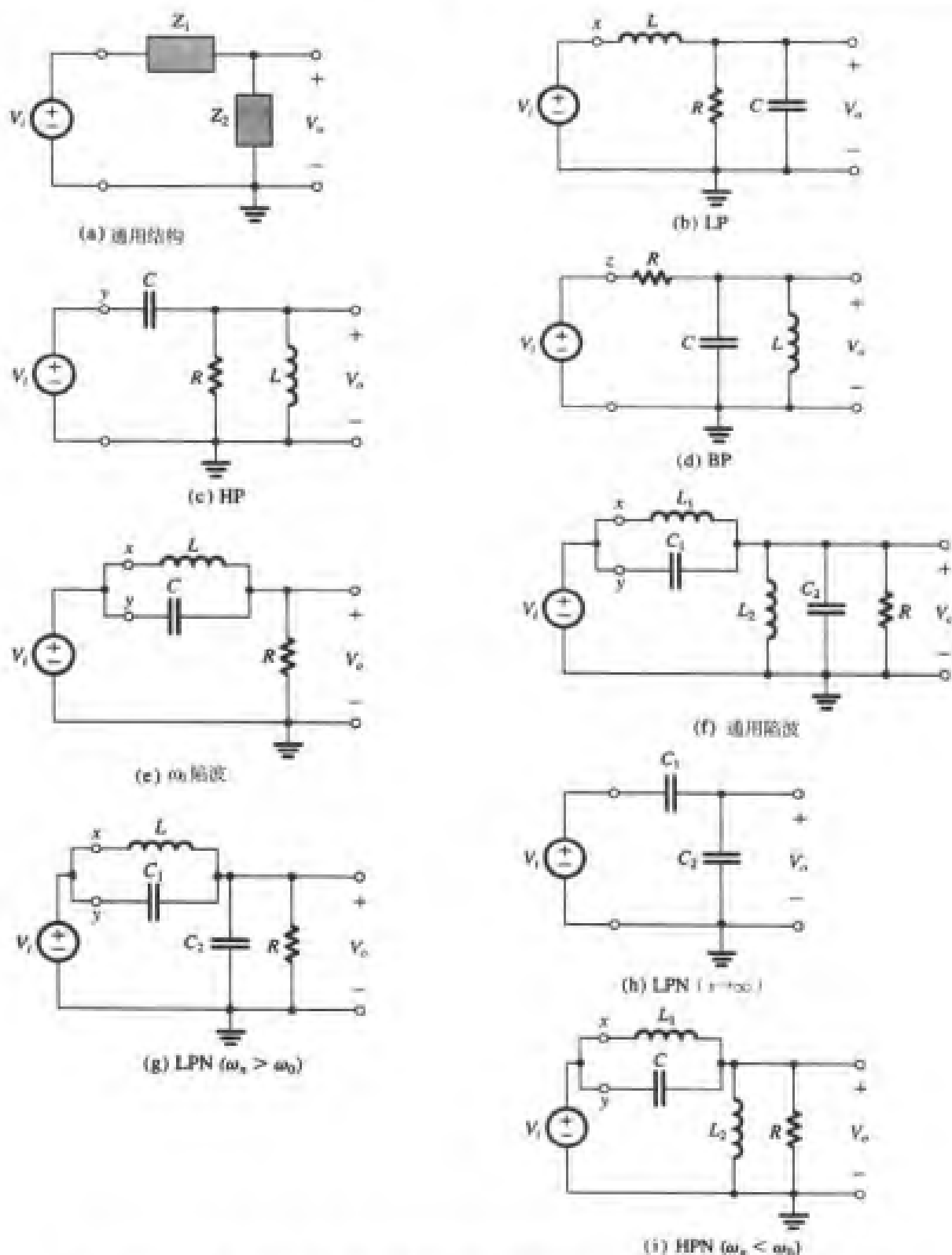


图 12.18 采用图 12.17 (b) 的 LCR 谐振器实现的各种二阶滤波器函数: (a) 通用结构; (b) 低通; (c) 高通; (d) 带通; (e)  $\omega_0$  陷波; (f) 通用陷波; (g) 低通陷波 ( $\omega_s > \omega_0$ ); (h) 低通陷波 ( $s \rightarrow \infty$ ); (i) 高通陷波 ( $\omega_s < \omega_0$ )

### 12.5.4 高通传输函数的实现

为了实现二阶高通传输函数, 必须将节点  $y$  与地断开并且与  $V_i$  连接, 如图 12.18 (c) 所示。

这里的串联电容将引入一个  $s=0$  (直流) 的零点, 并联电感将引入另外一个  $s=0$  (直流) 的传输零点。因此可写出传输函数如下:

$$T(s) \equiv \frac{V_o}{V_i} = \frac{a_2 s^2}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} \quad (12.38)$$

其中,  $\omega_0$  和  $Q$  是由式 (12.34) 和式 (12.35) 给出的极点参数,  $a_2$  表示高频传输特性, 通过观察电路, 发现当  $s = \infty$  时, 电容接近于短路,  $V_o$  接近于  $V_i$ , 所以可确定  $a_2 = 1$ 。

### 12.5.5 带通传输函数的实现

为了实现带通传输函数, 必须将节点  $z$  与地断开并且与  $V_i$  连接, 如图 12.18 (d) 所示。这里的串联阻抗是电阻且不会引入任何传输零点。零点的实现方法如下:  $s=0$  处的零点由并联电感引入,  $s=\infty$  处的零点由并联电容引入。在中心频率  $\omega_0$  上, 并联 LC 谐振回路呈现的阻抗为无穷, 因此电路中没有电流流过, 也就是在  $\omega = \omega_0$  处,  $V_o = V_i$ 。换言之, 带通滤波器在中心频率点上的增益为 1。它的传输函数为

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{Y_R}{Y_R + Y_L + Y_C} = \frac{1/R}{(1/R) + (1/sL) + sC} \\ &= \frac{s(1/CR)}{s^2 + s(1/CR) + (1/LC)} \end{aligned} \quad (12.39)$$

### 12.5.6 陷波函数的实现

为了得到  $j\omega$  轴上的一对传输零点, 我们通常在串臂上采用一个并联谐振回路, 如图 12.18 (e) 所示。观察发现, 电路在节点  $x$  和  $y$  处都与地断开, 而且一同接到了  $V_i$  上, LC 谐振回路的阻抗在  $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  时为无穷, 即得到了在此频串点上的传输零点。并联阻抗是电阻, 不会引入传输零点。因此图 12.18 (e) 所示的电路即可实现陷波传输函数:

$$T(s) = a_2 \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} \quad (12.40)$$

高频增益值  $a_2$  可以通过令上式等于 1 得到。

在实现陷波滤波器时为了使陷波频率可被任意设置 (相对于  $\omega_0$ ), 我们将上述电路略做修改。并联 LC 回路仍然置于串臂, 如图 12.18 (f) 所示, 其中  $L_1$  和  $C_1$  满足下式:

$$L_1 C_1 = 1/\omega_n^2 \quad (12.41)$$

这时,  $L_1 C_1$  回路将在  $\pm j\omega_n$  处引入一对传输零点, 条件是  $L_2 C_2$  谐振回路不在  $\omega_n$  处谐振。除此以外,  $L_2$  和  $C_2$  的值还应保证传输极点不能变化, 即

$$C_1 + C_2 = C \quad (12.42)$$

$$L_1 \parallel L_2 = L \quad (12.43)$$

换言之, 当  $V_i$  被替换成短路线时, 现在的电路必须退化成最先的 LCR 谐振器。理解图 12.18 (f) 所示电路的另一种方法是在通用 LCR 谐振器电路中使一部分  $L$  和  $C$  断开和地的连接, 而改为和  $V_i$  连接。

需要说明的是, 图 12.18 (f) 中的  $L_2$  不会引入  $s=0$  的零点, 因为在  $s=0$  处  $L_1 C_1$  电路也有零点。事实上,  $s=0$  时电路成为电感分压回路, 直流传输为  $L_2/(L_1+L_2)$ 。同样的分析可以应用于  $C_2$  及其不会引入  $s=\infty$  的零点的事实。

低通陷波 (LPN) 和高通陷波 (HPN) 滤波器的实现可以看成图 12.18 (f) 所示的通用陷波滤波器的特殊例子。比如, 对 LPN,

$$\omega_n > \omega_0$$

因而,

$$L_1 C_1 < (L_1 \parallel L_2)(C_1 + C_2)$$

为了满足上述条件, 可去掉  $L_2$  ( $L_2 = \infty$ ,  $L_1 = L$ ), 得到图 12.18 (g) 所示的电路。观察后可写出如下的传输函数:

$$T(s) \equiv \frac{V_o}{V_i} = a_2 \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} \quad (12.44)$$

其中,  $\omega_n^2 = 1/LC_1$ ,  $\omega_0^2 = 1/L(C_1 + C_2)$ ,  $\omega_0/Q = 1/CR$ ,  $a_2$  是高频增益。从电路中可以看到,  $s \rightarrow \infty$  时, 电路退化为图 12.18 (h) 所示的电路, 该电路有:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

则

$$a_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad (12.45)$$

为了得到高通陷波滤波器, 我们从图 12.18 (f) 所示的电路开始, 令  $\omega_n < \omega_0$ , 因此,

$$L_1 C_1 > (L_1 \parallel L_2)(C_1 + C_2)$$

选择  $C_2 = 0$  (即  $C_1 = C$ ) 即可满足上式, 从而得到图 12.18 (i) 所示的电路。观察发现,  $s \rightarrow \infty$  时  $V_o$  趋于  $V_i$ , 因此高频增益为 1。则传输函数可表示为

$$T(s) \equiv \frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2 + (1/L_1 C)}{s^2 + s(1/CR) + [1/(L_1 \parallel L_2)C]} \quad (12.46)$$

### 12.5.7 全通函数的实现

全通传输函数为

$$T(s) = \frac{s^2 - s(\omega_0/Q) + \omega_0^2}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} \quad (12.47)$$

上式也可以写成

$$T(s) = 1 - \frac{s^2(\omega_0/Q)}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} \quad (12.48)$$

上式右边第二项是一个带通函数, 其中心频率处的增益等于 2。我们已经介绍了带通滤波器电路 [见图 12.18 (d)], 但是中心频率处的增益等于 1, 我们可以令全通滤波器电路实现时的平坦增益为 0.5, 即

$$T(s) = 0.5 - \frac{s(\omega_0/Q)}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2}$$

函数实现可以采用分压比为 0.5 的分压电路和图 12.18 (d) 所示的带通滤波器电路。为了实现减法运算, 全通滤波器的输出被设置在分压电路和带通电路的输出端之间, 如图 12.19 所示。遗憾的是, 该电路缺少输入和输出之间的公共接地端点。采用运算放大器 RC 的电路实现将在下一节讲述。

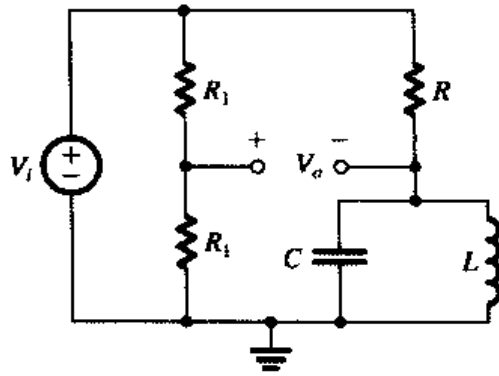


图 12.19 采用电压分压器和 LCR 谐振器实现二阶全通函数的功能

练习 12.17 利用图 12.18 (b) 所示电路实现一个二阶最大平坦特性的低通函数, 3 dB 带宽为 100 kHz。

答案: 选择  $R=1\text{ k}\Omega$ , 得到  $C=1125\text{ pF}$  和  $L=2.25\text{ mH}$

练习 12.18 利用图 12.18 (e) 所示电路实现陷波函数, 该陷波滤波器可去除 60 Hz 的电源交流声。滤波器的 3 dB 带宽是 10 Hz [在 60 Hz 附近 10 Hz 的带宽范围内的衰减要超过 3 dB。参见练习 12.15 和图 12.16 (d)]。电阻  $R=10\text{ k}\Omega$ 。

答案:  $C=1.6\text{ }\mu\text{F}$  和  $L=4.42\text{ H}$  (注意, 这里需要很大的电感。这就是无源滤波器在低频应用中不被采用的原因。)

## 12.6 基于电感替代的二阶有源滤波器

本节将介绍运算放大器 RC 电路, 该电路可用于实现各种二阶滤波器函数。该电路的实现基于运算放大器 RC 谐振器, 即利用具有感性输入阻抗的运算放大器 RC 电路替换 LCR 谐振器中的电感  $L$ 。

### 12.6.1 Antoniou 电感模拟电路

很多年来, 人们提出了许多利用运算放大器 RC 电路实现电感功能的电路。由 Antoniou<sup>①</sup> [参见 Antoniou(1969)] 发明的电路被认为是“最好”的。“最好”的含义是指电路可容忍运算放大器的非理想特性, 特别是能容忍运算放大器的有限增益和有限带宽。图 12.20 (a) 给出的是 Antoniou 电感模拟电路。如果电路的输入端 (节点 1) 接上电压源  $V_1$ , 输入电流用  $I_1$  表示, 对理想运算放大器电路, 求出输入阻抗为

$$Z_{in} \equiv V_1 / I_1 = sC_4R_1R_3R_5 / R_2 \quad (12.49)$$

即等效电感量  $L$  为

$$L = C_4R_1R_3R_5 / R_2 \quad (12.50)$$

图 12.20 (b) 给出了电路的分析过程。假设运算放大器是理想的, 则每个运算放大器的输入端均呈现为虚短路, 运算放大器的输入电流均为 0。我们从节点 1 开始分析, 假设激励是电压源  $V_1$ , 按照带圈的数字所表示的步骤一步一步地进行分析, 最终可得到输入电流  $I_1$  的表达式, 从而可求得  $Z_{in}$ 。

电路设计实际上就是选择元件参数, 通常令  $R_1=R_2=R_3=R_5=R$  以及  $C_4=C$ , 由此可得到  $L=CR^2$  的结果。设置满意的参数  $R$  和  $C$  以满足电感  $L$  的设计要求。有关更详细的分析以及运算放大器的非理想特性对电路性能的影响的内容可参见 Sedra 和 Brackett (1978)。

① Andreas Antoniou 是一名加拿大机械师, 现在 (2003) 是 Victoria (British Columbia) 大学的教师。



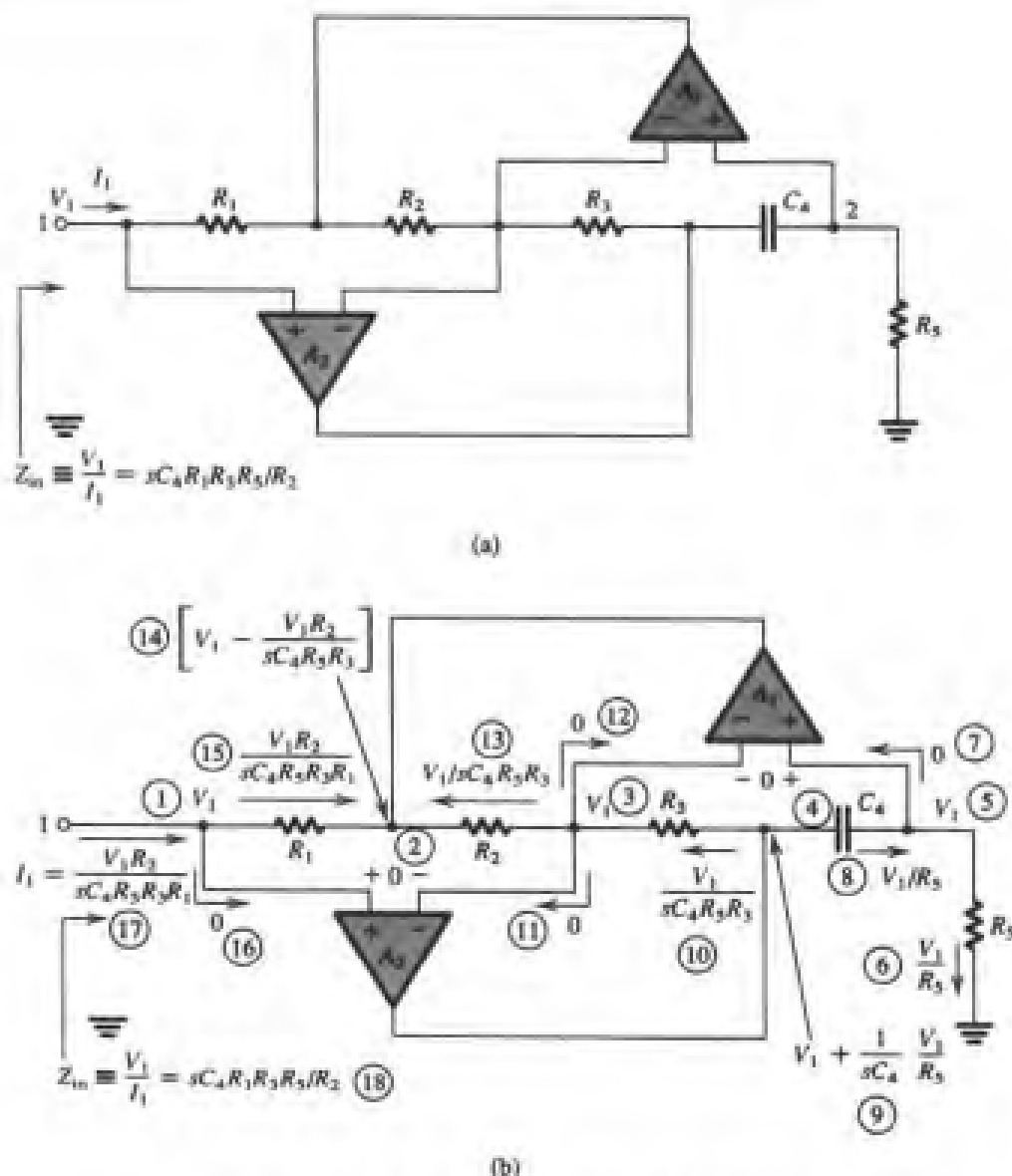


图 12.20 (a) Antoniou 电感模拟电路; (b) 电路分析。假设运算放大器是理想的, 带圈的数字表示分析步骤

### 12.6.2 运算放大器 RC 谐振器

图 12.21 (a) 所示是我们在 12.5 节详细分析过的 LCR 滤波器电路。将电感  $L$  用图 12.20 (a) 所示的 Antoniou 电感模拟电路替代便可得到图 12.21 (b) 所示的运算放大器 RC 谐振器电路。(暂时不考虑虚线画出的运算放大器。) 图 12.21 (b) 电路就是一个二阶谐振器, 其极点频率为

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC_0} = 1/\sqrt{C_4 C_0 R_1 R_3 R_5 / R_2} \quad (12.51)$$

其中, 电感  $L$  采用的是式 (12.50) 的表达式, 品质因数  $Q$  为

$$Q = \omega_0 C_0 R_0 = R_0 \sqrt{\frac{C_0}{C_4} \frac{R_2}{R_1 R_3 R_5}} \quad (12.52)$$

通常选择  $C_4 = C_0 = C$ , 以及  $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = R$ , 因此,

$$\omega_0 = 1/CR \quad (12.53)$$

$$Q = R_0 / R \quad (12.54)$$

如果为电容  $C$  选择一个合适的值, 我们就可以利用式 (12.53) 确定电阻  $R$  的值, 从而满足极点频率  $\omega_0$  的要求; 然后利用式 (12.54) 确定电阻  $R_0$  的值, 从而满足  $Q$  的要求。

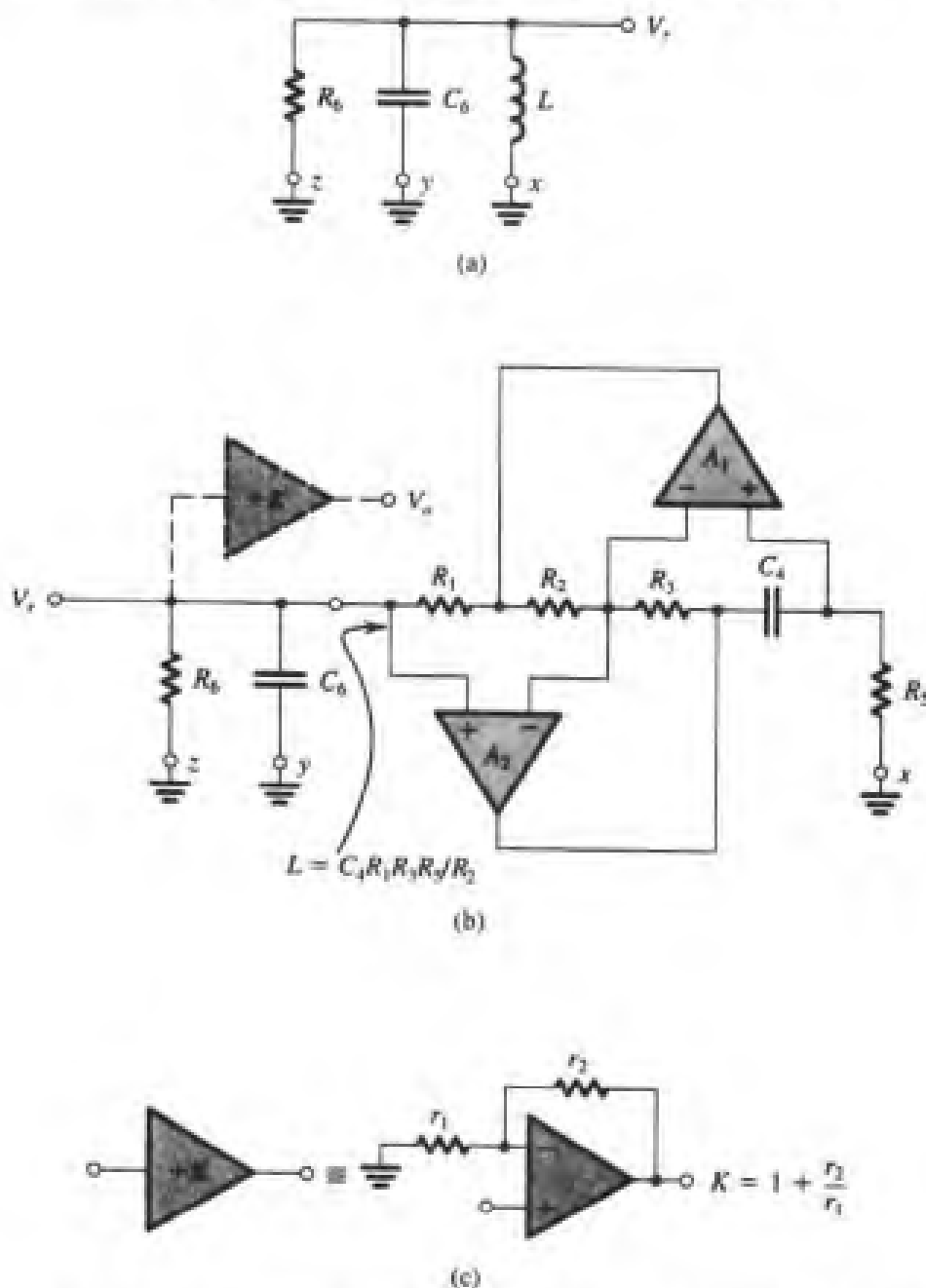


图 12.21 (a) LCR 谐振器; (b) 运算放大器 RC 谐振器, 其中的电感被图 12.20 (a) 所示的 Antoniou 模拟电感电路代替; (c) 缓冲放大器  $K$  的实现

### 12.6.3 各种类型滤波器的实现

图 12.21 (b) 所示的运算放大器 RC 电路可以用于各种二阶滤波器函数的电路实现, 方法见 12.5 节所述的采用 LCR 实现的过程。所以要得到带通滤波器函数, 我们可以将节点  $z$  与地断开并连接信号源  $V_i$ ; 高通滤波器函数的实现是在节点  $y$  处接入  $V_i$ ; 低通滤波器函数的实现是在 LCR 谐振器电路中断开电感节点  $x$  与地之间的连接而接上  $V_i$ 。有源滤波器电路中的相应节点是  $R_5$  与地

之间的节点<sup>①</sup>，用  $x$  表示，如图 12.21 (b) 所示；通用的陷波函数 ( $\omega_0 = \omega_n$ ) 是在节点  $x$  和  $y$  与地之间同时接入激励电压源  $V_i$  实现的，任何情况下，输出信号都是谐振回路输出端的电压  $V_o$ 。然而这实际上不是很方便的滤波器输出节点，因为接上负载后，滤波器的特性会有所改变。不过使用缓冲放大器后问题还是比较容易解决的。这是一个增益为  $K$  的放大器，参见图 12.21 (b) 中用虚线画的运算放大器。图 12.21 (c) 给出了该运算放大器的实现过程，即采用反相组态的运算放大器结构。注意，该电路不仅完成了放大器  $K$  对滤波器输出的缓冲作用，同时也给设计者提供了设置滤波器增益的空间，合理选择  $K$  的值即可满足滤波器增益的各种设计要求。

图 12.22 给出了采用图 12.21 (b) 实现的各种二阶滤波器传输函数电路。这些电路的传输函数和设计公式参见表 12.1。注意，传输函数可仿照 LCR 谐振器写出。我们已经对 LP、HP、BP 和通用陷波电路做过评论，参见图 12.22 (a) ~ (d)。图 12.22 (e) 和 (f) 所示的 LPN 和 HPN 是直接模拟图 12.18 (g) 和 (i) 所示的 LCR 滤波器得到的。图 12.22 (g) 所示的全通滤波器电路需要做些说明。

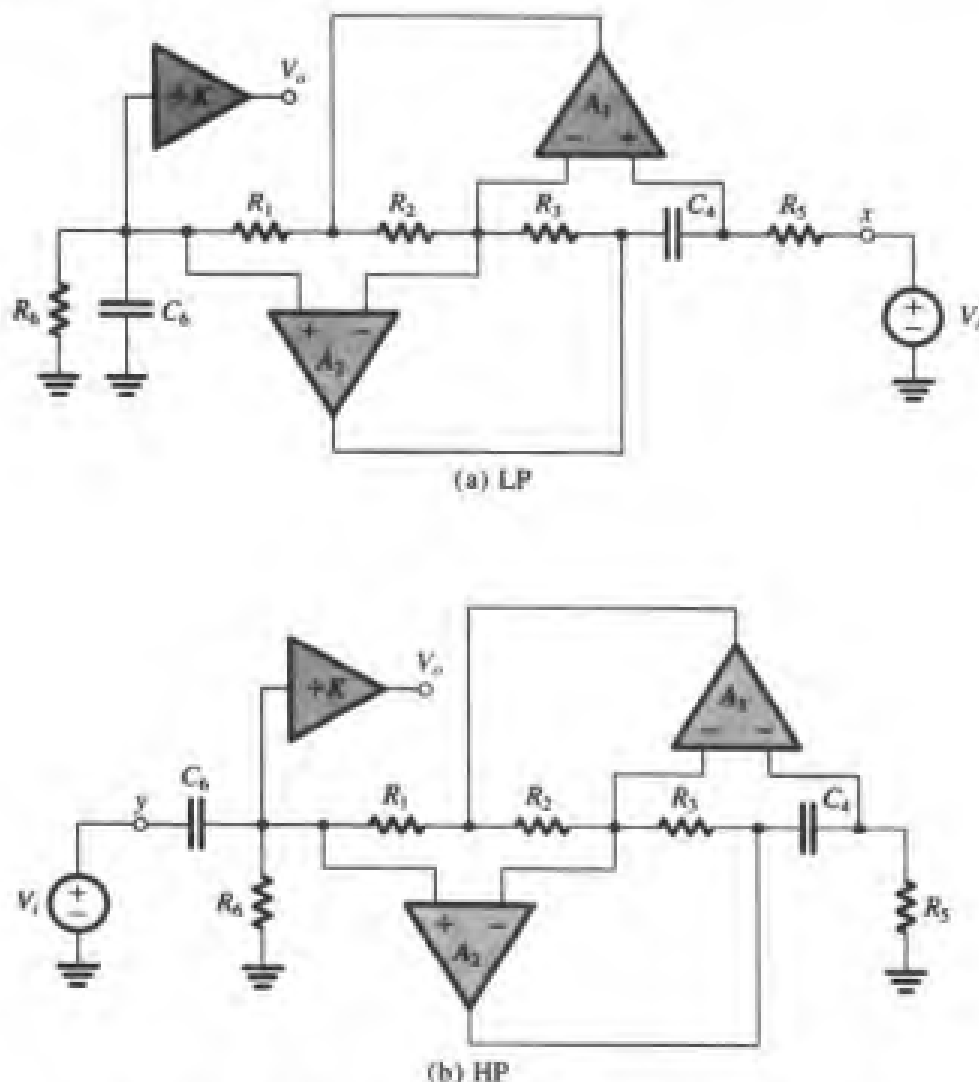


图 12.22 采用图 12.21 (b) 所示的运算放大器 RC 谐振器实现的各种二阶滤波器函数：(a) 低通；(b) 高通

<sup>①</sup> 这一点不是很明显！但是读者可以证明，当  $V_i$  接至该节点时，传输函数  $V_o/V_i$  的确是低通的。

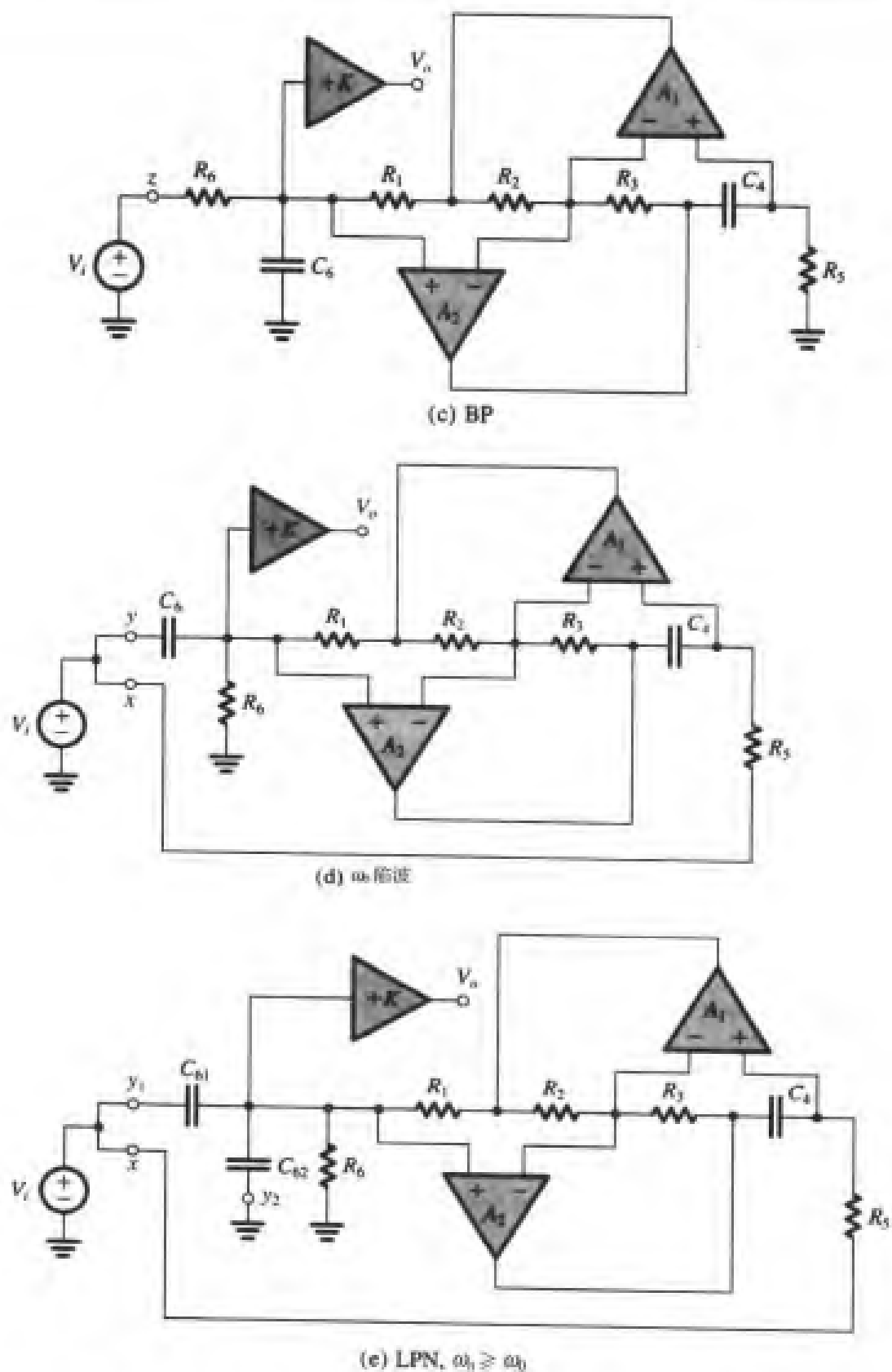


图 12.22 (续) 采用图 12.21 (b) 所示的运算放大器 RC 谐振器实现的各种二阶滤波器函数: (c) 带通; (d)  $\omega_0$  陷波; (e) 低通陷波 ( $\omega_h \geq \omega_0$ )

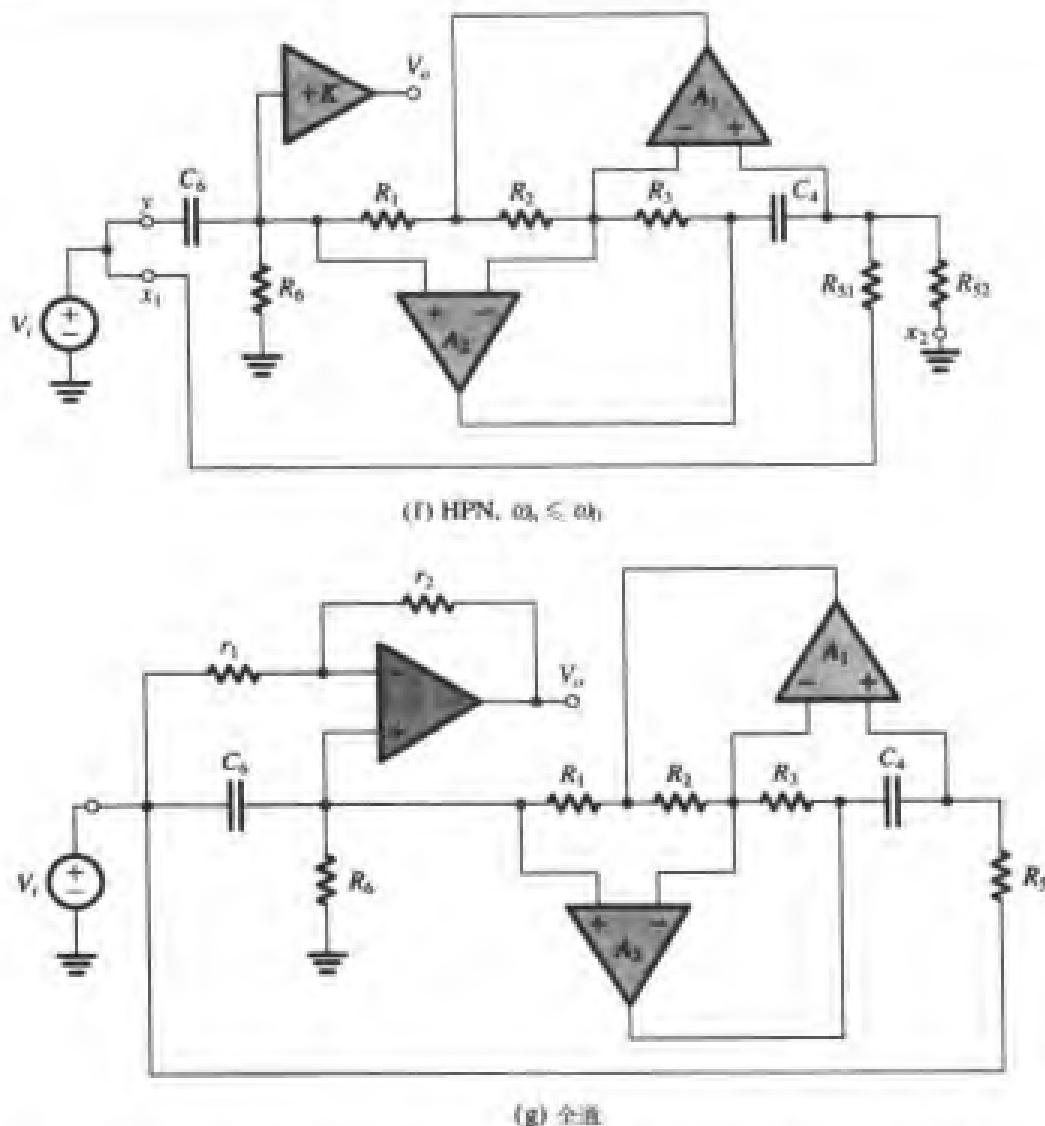


图 12.22 (续) 采用图 12.21 (b) 所示的运算放大器 RC 滤波器实现的各种二阶滤波器函数: (f) 高通陷波 ( $\omega_0 \leq \omega_h$ ); (g) 全通。电路基于图 12.18 所示的 LCR 谐振电路, 设计公式参见表 12.1

表 12.1 图 12.22 所示电路的设计数据

电路	传输函数及其他参数	设计公式
谐振器 见图 12.21(b)	$\omega_0 = 1/\sqrt{C_3 C_4 R_1 R_2 R_3 / R_5}$ $Q = R_5 \sqrt{\frac{C_3 - R_2}{C_4 R_1 R_2 R_3}}$	$C_3 = C_4 = C$ (典型值) $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 1/\omega_0 C$ $R_5 = Q/\omega_0 C$
低通 (LP) 见图 12.22(a)	$T(s) = \frac{KR_2 / C_3 C_4 R_1 R_2 R_3}{s^2 + s \frac{1}{C_3 R_2} + \frac{R_2}{C_4 C_3 R_1 R_2 R_3}}$	$K =$ 直流增益
高通 (HP) 见图 12.22(b)	$T(s) = \frac{Ks^2}{s^2 + s \frac{1}{C_3 R_2} + \frac{R_2}{C_4 C_3 R_1 R_2 R_3}}$	$K =$ 高频增益
带通 (BP) 见图 12.22(c)	$T(s) = \frac{Ks / C_4 R_2}{s^2 + s \frac{1}{C_3 R_2} + \frac{R_2}{C_4 C_3 R_1 R_2 R_3}}$	$K =$ 中心频率增益

(续)

电路	传输函数及其他参数	设计公式
通用陷波 (N) 见图 12.22(d)	$T(s) = \frac{K[s^2 + (R_2 / C_4 C_6 R_1 R_3 R_5)]}{s^2 + s \frac{1}{C_6 R_6} + \frac{R_2}{C_4 C_6 R_1 R_3 R_5}}$	$K =$ 低频和高频增益
低通陷波 (LPN) 见图 12.22(e)	$T(s) = K \frac{C_{61}}{C_{61} + C_{62}} \times \frac{s^2 + (R_2 / C_4 C_{61} R_1 R_3 R_5)}{s^2 + s \frac{1}{(C_{61} + C_{62}) R_6} + \frac{R_2}{C_4 (C_{61} + C_{62}) R_1 R_3 R_5}}$ $\omega_n = 1 / \sqrt{C_4 C_{61} R_1 R_3 R_5 / R_2}$ $\omega_0 = 1 / \sqrt{C_4 (C_{61} + C_{62}) R_1 R_3 R_5 / R_2}$ $Q = R_6 \sqrt{\frac{C_{61} + C_{62}}{C_4} \frac{R_2}{R_1 R_3 R_5}}$	$K =$ 高频增益 $C_{61} + C_{62} = C_6 = C$ $C_{61} = C(\omega_0 / \omega_n)^2$ $C_{62} = C - C_{61}$
高通陷波 (HPN) 见图 12.22(f)	$T(s) = K \frac{s^2 + (R_2 / C_4 C_6 R_1 R_3 R_{51})}{s^2 + s \frac{1}{C_6 R_6} + \frac{R_2}{C_4 C_6 R_1 R_3} \left( \frac{1}{R_{51}} + \frac{1}{R_{52}} \right)}$ $\omega_n = 1 / \sqrt{C_4 C_6 R_1 R_3 R_{51} / R_2}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{R_2}{C_4 C_6 R_1 R_3} \left( \frac{1}{R_{51}} + \frac{1}{R_{52}} \right)}$ $Q = R_6 \sqrt{\frac{C_6}{C_4} \frac{R_2}{R_1 R_3} \left( \frac{1}{R_{51}} + \frac{1}{R_{52}} \right)}$	$K =$ 高频增益 $\frac{1}{R_{51}} + \frac{1}{R_{52}} = \frac{1}{R_5} = \omega_0 C$ $R_{51} = R_5 (\omega_0 / \omega_n)^2$ $R_{52} = R_5 / [1 - (\omega_n / \omega_0)^2]$
全通 (AP) 见图 12.22(g)	$T(s) = \frac{s^2 - s \frac{1}{C_6 R_6} \frac{r_2}{r_1} + \frac{R_2}{C_4 C_6 R_1 R_3 R_5}}{s^2 + s \frac{1}{C_6 R_6} + \frac{R_2}{C_4 C_6 R_1 R_3 R_5}}$ $\omega_c = \omega_0 \quad Q_c = Q(r_1 / r_2) \quad \text{平坦增益} = 1$	$r_1 = r_2 = r$ (任意) 调整 $r_2$ 以使 $Q_c = Q$

### 12.6.4 全通滤波器电路

平坦增益为 1 的全通函数可以写成如下形式:

$$AP = 1 - (\text{中心频率增益为 2 的 BP}) \quad (12.55)$$

[参见式 (12.48)]。传输函数具有上述形式的两个电路被称为互补电路<sup>①</sup>。即平坦增益为 1 的全通电路和中心频率增益为 2 的带通电路是一对互补电路。得到线性互补电路的一种简单方法是: 将电路中所有与地相连的节点断开并接至  $V_i$  上; 将所有与  $V_i$  相连的节点断开并接至地。也就是交换线性电路的输入节点和接地节点, 即可得到与原来传输函数互补的电路。

回到我们的问题, 首先利用图 12.22 (c) 所示的电路实现增益为 2 的带通滤波器, 也就是选择  $K=2$ , 缓冲放大器采用图 12.21 (c) 所示的电路, 其中  $r_1=r_2$ 。然后交换输入节点和接地节点, 从而得到图 12.22 (g) 所示的全通电路。

最后, 图 12.22 展示的电路除了设计简单以外, 还具有很好的性能。它们既可以单独实现二阶滤波器函数, 还可以级联在一起构成高阶的滤波器函数。

**练习 D12.19** 利用图 12.22 (c) 所示的电路设计一个二阶带通滤波器, 其中心频率是 10 kHz, 3 dB 带宽是 500 Hz, 中心频率增益是 10。假设电容  $C=1.2$  nF。

**答案:**  $R_1=R_2=R_3=R_5=13.26$  k $\Omega$ ;  $R_6=265$  k $\Omega$ ;  $C_4=C_6=1.2$  nF;  $K=10$ ;  $r_1=10$  k $\Omega$ ;  $r_2=90$  k $\Omega$

① 更多的互补电路将和图 12.31 一起在后面给出。

**练习 D12.20** 实现例题 12.2 的切比雪夫滤波器, 其传输函数由式 (12.25) 给出。这是一个三级级联电路: 其中两个电路如图 12.22 (a) 所示, 一个一阶运算放大器 RC 电路如图 12.13 (a) 所示, 注意, 可以假设所有三级电路的直流增益均相等, 即为单位增益, 同时尽可能多地使用  $10\text{ k}\Omega$  的电阻。

**答案:** 一阶电路:  $R_1 = R_2 = 10\text{ k}\Omega$ ;  $C = 5.5\text{ nF}$ ; 二阶电路的  $\omega_0 = 4.117 \times 10^4\text{ rad/s}$  和  $Q = 1.4$ :  $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_6 = 14\text{ k}\Omega$ ,  $C_4 = C_6 = 2.43\text{ nF}$ ,  $r_1 = \infty$ ,  $r_2 = 0$ ; 二阶电路的  $\omega_0 = 6.246 \times 10^4\text{ rad/s}$  和  $Q = 5.56$ :  $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_6 = 55.6\text{ k}\Omega$ ,  $C_4 = C_6 = 1.6\text{ nF}$ ,  $r_1 = \infty$ ,  $r_2 = 0$

## 12.7 基于双积分环结构的二阶有源滤波器

本节将介绍另一类采用运算放大器 RC 电路实现二阶滤波器函数的电路。该电路基于两个积分电路的级联带反馈环的结构, 该电路称为双积分环电路。

### 12.7.1 双积分环双二次函数的推导

为了推导双积分环双二次电路, 通常也称为双二次<sup>①</sup>电路, 考虑如下二阶高通传输函数:

$$\frac{V_{\text{hp}}}{V_i} = \frac{Ks^2}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} \quad (12.56)$$

其中  $K$  表示高频增益。将式 (12.56) 两边交叉相乘, 并在方程两边同时除以  $s^2$  (为了使所有  $s$  项具有  $1/s$  的形式, 而  $1/s$  在传输函数中正好表示积分), 可得

$$V_{\text{hp}} + \frac{1}{Q} \left( \frac{\omega_0}{s} V_{\text{hp}} \right) + \left( \frac{\omega_0^2}{s^2} V_{\text{hp}} \right) = KV_i \quad (12.57)$$

观察上式, 我们发现  $(\omega_0/s) V_{\text{hp}}$  是  $V_{\text{hp}}$  信号通过一个时间常数等于  $1/\omega_0$  的积分器后的输出信号, 而且该输出信号将通过一个相同的积分器, 由此可以得到式 (12.57) 中的第三项, 即  $(\omega_0^2/s^2) V_{\text{hp}}$ 。图 12.23 (a) 所示的就是这样一个双积分器的框图。注意, 若采用反相米勒积分器实现图 12.23 (a) 中的积分器框图, 则每一个积分器框图里都有一个负号。

但是问题仍然存在, 即如何得到两级级联积分器的输入信号  $V_{\text{hp}}$  呢? 为此我们变换一下式 (12.57), 用  $V_{\text{hp}}$  的一次积分、两次积分形式和  $V_i$  来表示  $V_{\text{hp}}$ :

$$V_{\text{hp}} = KV_i - \frac{1}{Q} \frac{\omega_0}{s} V_{\text{hp}} - \frac{\omega_0^2}{s^2} V_{\text{hp}} \quad (12.58)$$

可见,  $V_{\text{hp}}$  可以采用图 12.23 (b) 所示的加权加法器来实现。这样完整的实现框图就是将图 12.23 (a) 和图 12.23 (b) 所示的框图结合起来, 得到如图 12.23 (c) 所示的电路。

在实现图 12.23 (c) 所示的电路时, 加法器的输出  $V_{\text{hp}}$  实现了式 (12.56) 的高通传输函数  $T_{\text{hp}} \equiv V_{\text{hp}}/V_i$ 。第一级积分器的输出信号是  $-(\omega_0/s)V_{\text{hp}}$ , 具有带通函数的性质:

$$\frac{(-\omega_0/s)V_{\text{hp}}}{V_i} = -\frac{K\omega_0 s}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} = T_{\text{bp}}(s) \quad (12.59)$$

因此把第一级积分器的输出用  $V_{\text{bp}}$  表示。注意, 带通滤波器在中心频率点上的增益等于  $-KQ$ 。

我们以同样的方法分析第二级积分器电路, 我们可以证明其输出传输函数具有低通性质:

<sup>①</sup> 双二次电路来源于这样的事实: 电路的通用形式能够实现一个二次函数的功能, 传输函数又是两个二次多项式的比。

$$\frac{(\omega_0^2/s^2)V_{bp}}{V_i} = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} = T_{lp}(s) \quad (12.60)$$

所以第二级积分器的输出标为  $V_{bp}$ 。注意，低通滤波器的直流增益等于  $K$ 。

我们将具有图 12.23 (c) 所示框图结构的双积分环双二次电路的实现结果总结如下：这是一个同时实现三个基本二阶滤波器 LP、BP 和 HP 函数的电路。电路的可扩展性很大，使得该电路很受欢迎，因而也称其为通用有源滤波器。

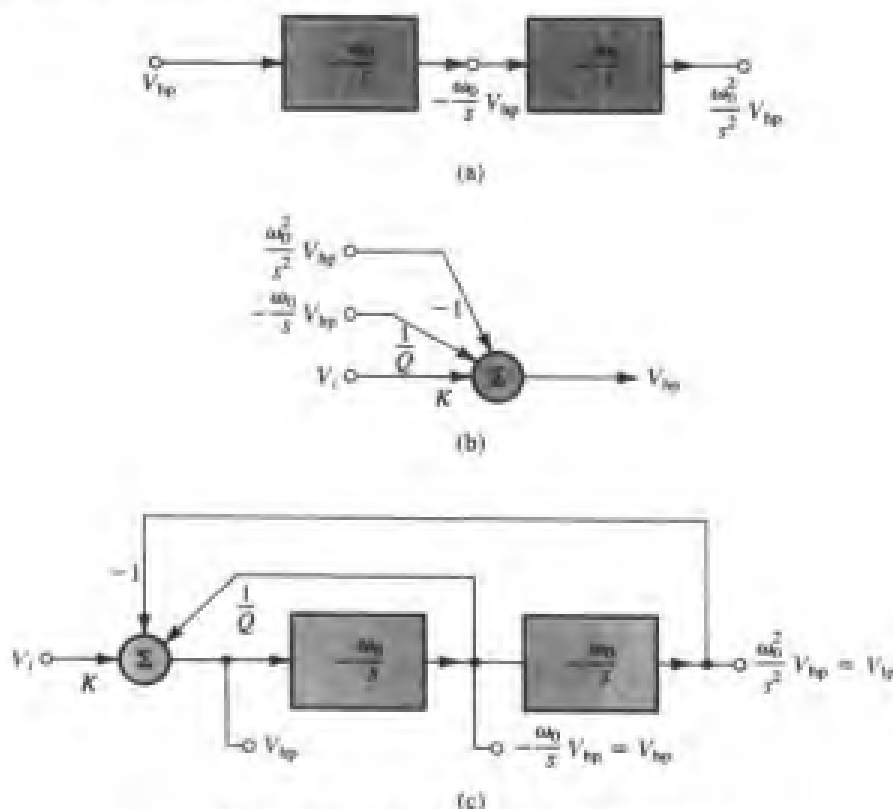


图 12.23 推导实现双积分环双二次电路的框图

## 12.7.2 电路实现

为了采用运算放大器实现图 12.23 (c) 所示的双积分环双二次电路，我们用  $CR = 1/\omega_0$  的米勒积分器电路替代每一个积分器，用可以实现正、负加权系数的加法器替代运算放大器加法器电路，这样得到的电路如图 12.24 (a) 所示，该电路用发明者的名字命名，称为 Kerwin-Huelsman-Newcomb 电路，或简称为 KHN 电路。给定  $\omega_0$ 、 $Q$  和  $K$ ，电路设计可按照以下步骤实现：选择合适的积分器元件  $R$  和  $C$  的值，使得  $CR = 1/\omega_0$ 。为了得到加法器的电阻元件值，我们首先将加法器的输出  $V_{bp}$  用它的输入  $V_{bp} = -(\omega_0/s)V_{bp}$  和  $V_{bp} = (\omega_0^2/s^2)V_{bp}$  来表示：

$$V_{bp} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left( 1 + \frac{R_f}{R_1} \right) V_i + \frac{R_2}{R_2 + R_3} \left( 1 + \frac{R_f}{R_1} \right) \left( -\frac{\omega_0}{s} V_{bp} \right) - \frac{R_f}{R_1} \left( \frac{\omega_0^2}{s^2} V_{bp} \right) \quad (12.61)$$

令式 (12.61) 和式 (12.58) 的右边最后一项相等可得

$$R_f / R_1 = 1 \quad (12.62)$$

上式表明我们可以为  $R_1$  和  $R_f$  选择任意的值，只要它们是相等的、可使用的、方便的值即可。然后令式 (12.61) 和式 (12.58) 右边的倒数第二项相等，并且有  $R_1 = R_f$ ，得到  $R_3/R_4$  的比值须满足给定的  $Q$  值，即



$$R_1/R_2 = 2Q - 1 \quad (12.63)$$

同样,  $R_2$  或  $R_3$  的值可以任意选择, 另一个电阻值由式 (12.63) 求得。最后令式 (12.61) 和式 (12.58) 中  $V_i$  的系数相等, 并代入  $R_1 = R_7$  和式 (12.63) 的  $R_3/R_2$  比值, 得到

$$K = 2 - (1/Q) \quad (12.64)$$

这时增益参数  $K$  由上式确定。

KHN 双二次电路可以用来实现陷波函数和全通函数, 只需对 LP, BP 和 HP 的三个输出选择不同的加权系数即可。采用的加法器如图 12.24 (b) 所示, 可以写出此加法器的输出如下:

$$\begin{aligned} V_o &= -\left(\frac{R_F}{R_H}V_{lp} + \frac{R_F}{R_B}V_{bp} + \frac{R_F}{R_L}V_{hp}\right) \\ &= -V_i\left(\frac{R_F}{R_H}T_{lp} + \frac{R_F}{R_B}T_{bp} + \frac{R_F}{R_L}T_{hp}\right) \end{aligned} \quad (12.65)$$

将  $T_{lp}$ 、 $T_{bp}$  和  $T_{hp}$  用式 (12.56)、式 (12.59) 和式 (12.60) 分别代入, 得到完整的传输函数:

$$\frac{V_o}{V_i} = -K \frac{(R_F/R_H)s^2 - s(R_F/R_B)\omega_0 + (R_F/R_L)\omega_0^2}{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2} \quad (12.66)$$

从上式可以看到, 选择合适的加法器的电阻值可以实现不同的传输零点。比如, 选择  $R_H = \infty$  便可得到以下陷波函数:

$$\frac{R_H}{R_L} = \left(\frac{\omega_n}{\omega_0}\right)^2 \quad (12.67)$$

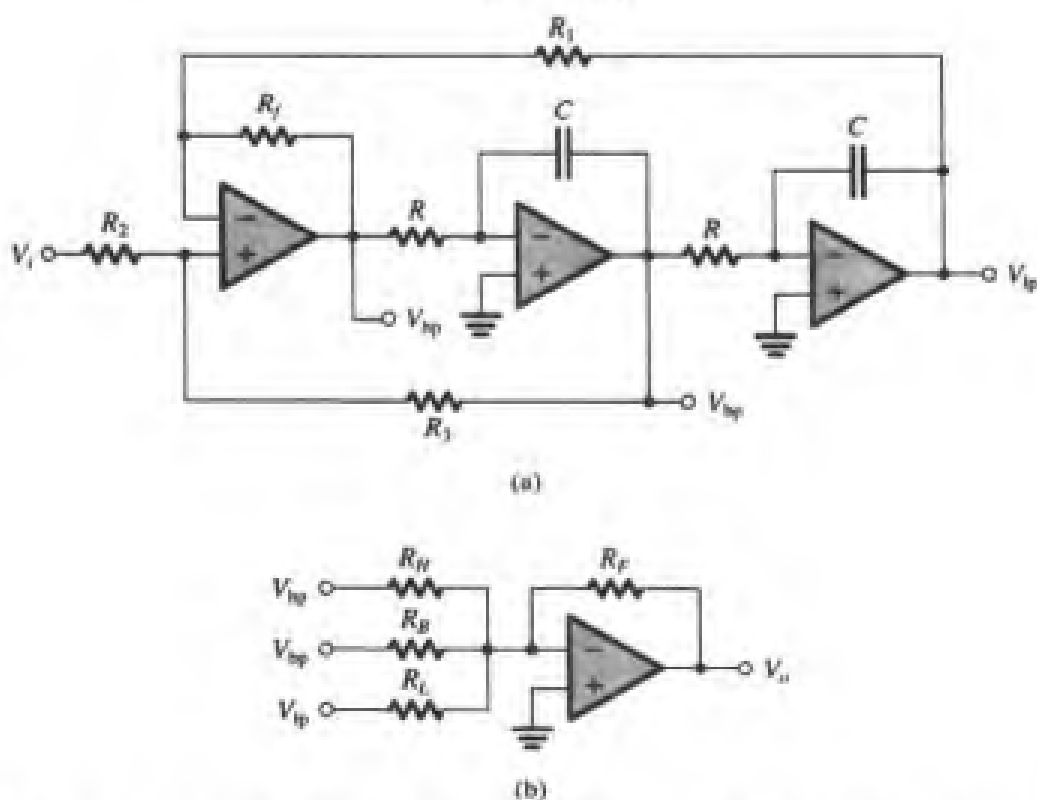


图 12.24 (a) KHN 双二次电路。直接在图 12.23 (c) 所示的框图上进行电路实现。电路可同时实现三个基本滤波器功能: 高通、带通和低频; (b) 为实现陷波和全通功能, 三个输出根据合适的加权系数接入运算放大器加法器的输入端

### 12.7.3 另一种双积分环双二次电路

如果所有三个运算放大器均采用单端模式，便可以得到双积分环双二次电路的另一种电路形式。具体电路改动如下：不在输入端接入正负加权系数的加法器，而是引入另一个倒相器，如图 12.25 (a) 所示。现在所有相加项的系数都具有相同的符号，因而可以不用加法器，而将加法器的功能交给第一级积分器实现积分求和运算。最终的电路如图 12.25 (b) 所示。从中我们发现高通函数已不复存在！其代价是所有运算放大器均工作在单端模式下。图 12.25 (b) 所示的电路由最初使用者的名字命名，称为 Tow-Thomas 双二次电路。

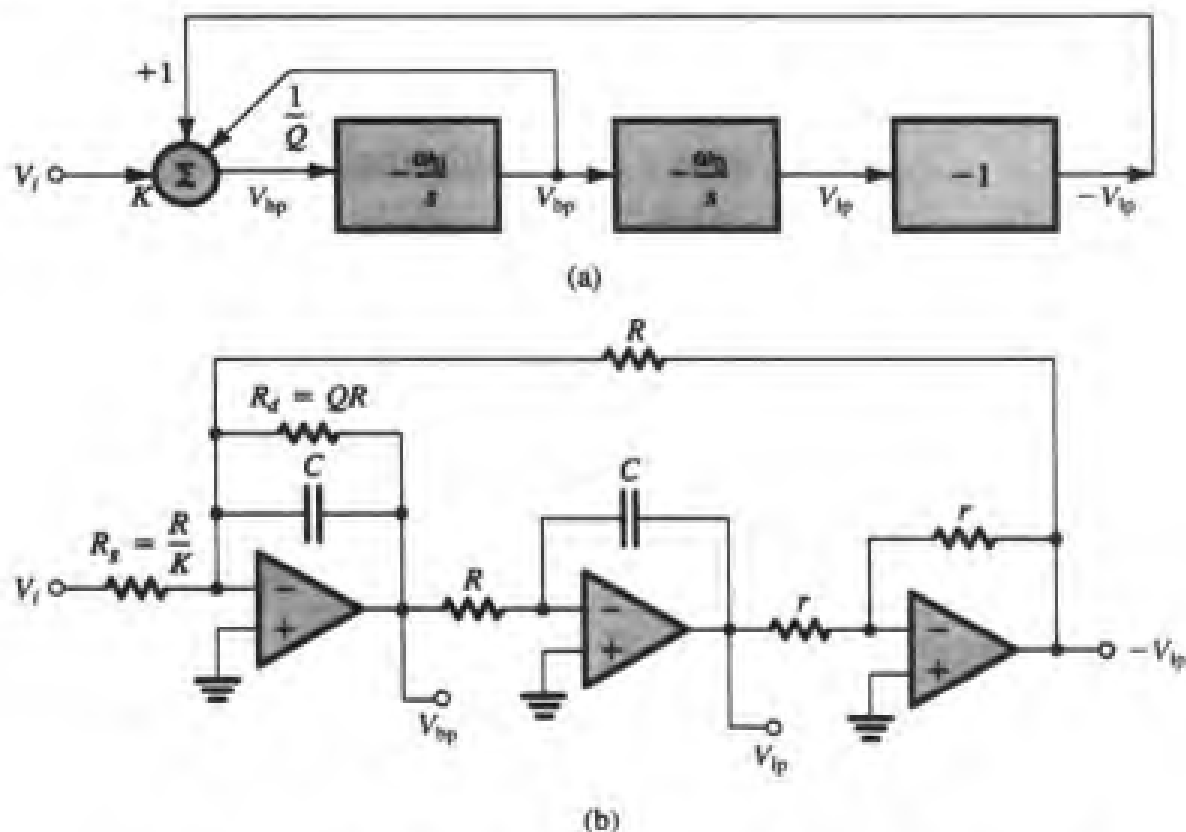


图 12.25 (a) 双积分环双二次电路的另一种推导方法，其中所有的运算放大器均采用单端形式；(b) 得到的电路，也称为 Tow-Thomas 双二次电路

若采用 KHN 双二次电路，则实现陷波函数和全通函数的有限传输零点需要使用 4 个运算放大器，而采用前馈方案的 Tow-Thomas 双二次结构，电路会比较经济。特别是 Tow-Thomas 电路中三个运算放大器中每一个运算放大器的虚地输入端都允许输入信号接入，如图 12.26 所示。如果输出  $V_o$  取在阻尼积分器的输出端，则传输函数可以通过直接分析得到：

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{s^2 \left( \frac{C_1}{C} \right) + s \frac{1}{C} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{r}{RR_2} \right) + \frac{1}{C^2 RR_2}}{s^2 + s \frac{1}{QCR} + \frac{1}{C^2 R^2}} \quad (12.68)$$

它可以实现表 12.2 中给定的设计参数。

## 12.8 带单级放大的双二次有源滤波器

前两节介绍的运算放大器 RC 双二次电路具有较好的电路性能, 而且电路形式多样化, 易于设计和调谐。然而电路在使用运算放大器时显得不很经济, 因为每一个二阶电路模块都需要 3~4 个运算放大器。这是个问题, 尤其当电源所提供的电流受限时, 比如采用电池供电的仪表。本节我们将介绍这样一类二阶滤波器电路, 即每一个双二次电路都只需要一个运算放大器。虽然运算放大器使用得少, 但电路受运算放大器有限增益和带宽的影响很大, 对无法避免的电阻和电容值容差较前两节的多运算放大器双二次电路敏感得多。所以单运算放大器双二次电路 (SAB) 只限于不严格的滤波器规范设计——例如极点品质因数  $Q$  低于 10。

SAB 电路的合成基于采用反馈方法将 RC 电路的极点从负实轴移动到共轭复数极点的位置上, 以实现滤波器响应的选频特性。SAB 的合成遵循以下两条原则:

1. 合成反馈环, 实现电路的一对共轭复数极点, 它们由频率  $\omega_0$  和品质因数  $Q$  确定。
2. 以某种方式接入输入信号, 实现所需要的传输零点。

### 12.8.1 反馈环的合成

考虑图 12.27 (a) 所示电路, 运算放大器的负反馈支路由二端口 RC 网络  $n$  构成。除了增益  $A$  是有限的之外, 假设其他特性都是理想的。RC 网络  $n$  的开路电压传输函数用  $n(s)$  表示, 它的定义见图 12.27 (b)。传输函数  $n(s)$  的通用形式是两个多项式  $N(s)$  和  $D(s)$  的比:

$$n(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$N(s)$  的根是 RC 网络的传输零点,  $D(s)$  的根是它的极点。网络理论告诉我们, RC 网络的极点被约束在负实轴上, 而其零点可以位于  $s$  平面的任何地方。

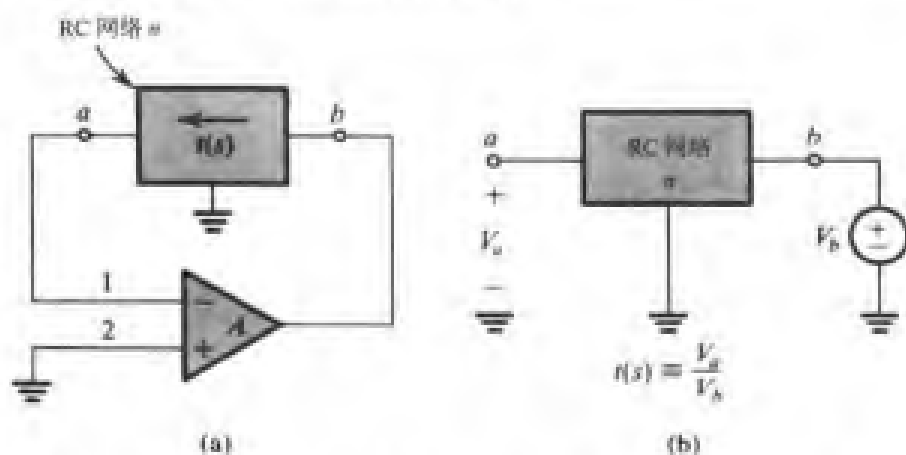


图 12.27 (a) 通过在运算放大器的反馈支路上放置二端口 RC 网络  $n$  得到反馈环路; (b) 定义 RC 网络开路传输函数  $n(s)$

图 12.27 (a) 所示电路的环路增益  $L(s)$  可以采用 8.7 节的方法确定。它是运算放大器增益  $A$  和传输函数  $n(s)$  的乘积:

$$L(s) = An(s) = \frac{AN(s)}{D(s)} \quad (12.69)$$

将  $L(s)$  代入特性方程:

$$1 + L(s) = 0 \quad (12.70)$$

设闭环极点频率为  $s_p$ , 求解上述方程得到

$$t(s_p) = -\frac{1}{A} \quad (12.71)$$

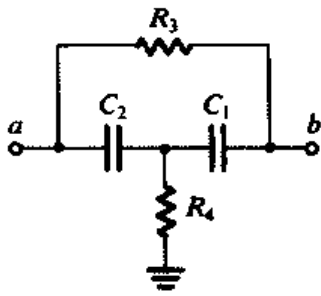
理想情况下,  $A = \infty$ , 极点频率由下式解得:

$$N(s_p) = 0 \quad (12.72)$$

即滤波器极点与 RC 网络的传输零点相同。

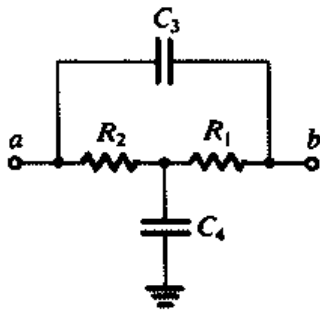
因为我们的目的是实现一对共轭复数极点, 所以我们选择一个 RC 网络, 使其具有共轭传输零点。满足这一要求的最简单的网络如图 12.28 所示, 它是一个桥 T 网络, 从  $b$  到  $a$  的传输函数  $t(s)$  是在  $a$  开路时求得的。以此为例, 将图 12.28 (a) 所示的桥 T 网络置于运算放大器的负反馈回路上可得到图 12.29 所示的电路。由于有源滤波器的极点多项式等于桥 T 网络的零点多项式, 因此,

$$s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2 = s^2 + s \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \frac{1}{R_3} + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4}$$



$$t(s) = \frac{s^2 + s \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \frac{1}{R_3} + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4}}{s^2 + s \left( \frac{1}{C_1 R_3} + \frac{1}{C_2 R_3} + \frac{1}{C_1 R_4} \right) + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4}}$$

(a)



$$t(s) = \frac{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_3 C_4 R_1 R_2}}{s^2 + s \left( \frac{1}{C_4 R_1} + \frac{1}{C_4 R_2} + \frac{1}{C_3 R_2} \right) + \frac{1}{C_3 C_4 R_1 R_2}}$$

(b)

图 12.28 具有复数传输零点的两个 RC 网络 (也称桥 T 网络)。给出的传输函数是  $a$  端开路的从  $b$  到  $a$  的传输函数

我们可以从中求得  $\omega_0$  和  $Q$ :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_3 R_4}} \quad (12.73)$$

$$Q = \left[ \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_3 R_4}}{R_3} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right]^{-1} \quad (12.74)$$

如果我们要设计这样的电路, 则当  $\omega_0$  和  $Q$  给定时, 由式 (12.73) 和式 (12.74) 可确定  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $R_3$  和  $R_4$ 。但是该方程有两个自由度, 所以我们令  $C_1 = C_2 = C$ ,  $R_3 = R$ ,  $R_4 = R/m$ 。代入式 (12.73) 和式 (12.74) 并整理可得

$$m = 4Q^2 \quad (12.75)$$

$$CR = \frac{2Q}{\omega_0} \quad (12.76)$$

可见, 如果给定  $Q$ , 利用式 (12.75) 可求得  $R_3$  和  $R_4$  电阻的比值  $m$ 。然后由给定的  $\omega_0$  和  $Q$  代入式 (12.76), 可确定时间常数  $CR$ 。这里仍然有一个自由度—— $R$  和  $C$  的值可以取任意值。实际设计时还要求设置电路的阻抗值, 因而最终的元件值应该是确定的。

**练习 D12.25** 设计图 12.29 所示电路以实现一对极点, 参数为  $\omega_0 = 10^4 \text{ rad/s}$ ,  $Q = 1$ 。选择  $C_1 = C_2 = 1 \text{ nF}$ 。

**答案:**  $R_3 = 200 \text{ k}\Omega$ ;  $R_4 = 50 \text{ k}\Omega$

**练习 12.26** 对练习 12.25 设计的电路, 求 RC 网络的极点在反馈环中的位置。

**答案:**  $-0.382 \times 10^4 \text{ rad/s}$  和  $-2.618 \times 10^4 \text{ rad/s}$

## 12.8.2 输入信号的接入

分析完实现一对给定极点的反馈环的合成后, 现在我们要考虑的是怎样将信号源加到电路上。我们希望加上信号源后不会改变极点。

为了得到电路的极点, 电压源已经等同于短路线, 因此任何与地相连的节点都可以插入输入电压源, 而且电路极点没有任何改变。因此在反馈环路上接入输入电压源的方法就是断开一个(或多个)与地相连的节点, 将它(它们)接至输入源。根据元件参数和接入的信号源可以得到不同的传输零点。其实这个方法已经在 12.5 节的 LCR 谐振器和 12.6 节基于 LCR 的双二次电路中使用过。

作为例子, 考虑图 12.29 所示的反馈环。这里我们有两个接地点 ( $R_4$  的一个端点和运算放大器的同相输入端) 可以接入输入信号。图 12.30 (a) 所示的是通过  $R_4$  的一部分接入信号源的电路。注意, 两个电阻  $R_4/\alpha$  和  $R_4/(1-\alpha)$  的等效并联电阻值等于  $R_4$ 。

图 12.30 (b) 所示的是求解电路的电压传输函数的详细步骤。假设运算放大器是理想的, 分析时依照标出的带圈数字的顺序进行。最后一步(也就是第 9 步) 包括写出 X 的节点方程并将第 5 步得到的  $V_x$  的值代入。最终得到以下传输函数:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-s(\alpha/C_1 R_4)}{s^2 + s\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\frac{1}{R_3} + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_4}}$$

我们知道这是一个带通滤波器的传输函数, 中心频率点上的增益值由  $\alpha$  控制。正如我们所期望的, 分母多项式和图 12.28 (a) 给出的传输函数  $n(s)$  的分子多项式相同。

**练习 12.27** 利用练习 12.25 得到的元件参数设计如图 12.30 (a) 所示的电路。确定  $(R_4/\alpha)$  和  $R_4/(1-\alpha)$  的值, 使得中心频率点上的增益为 1。

**答案:**  $100 \text{ k}\Omega$ ;  $100 \text{ k}\Omega$

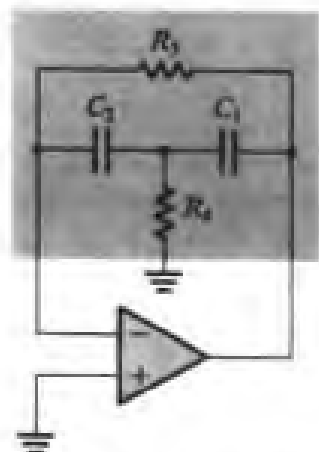


图 12.29 采用图 12.28 (a) 所示的桥 T 网络得到的有源滤波器反馈环

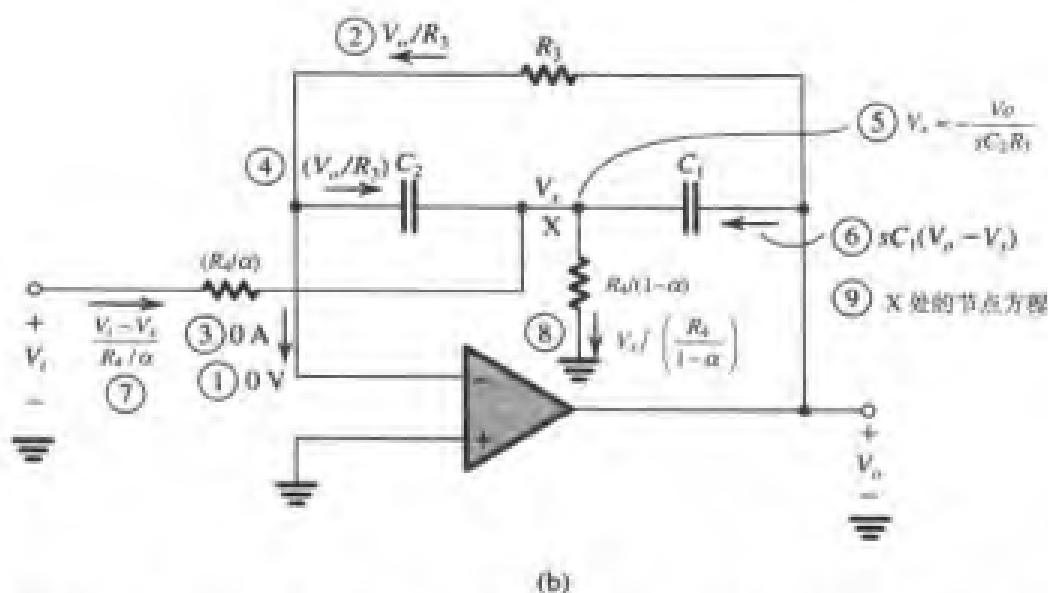
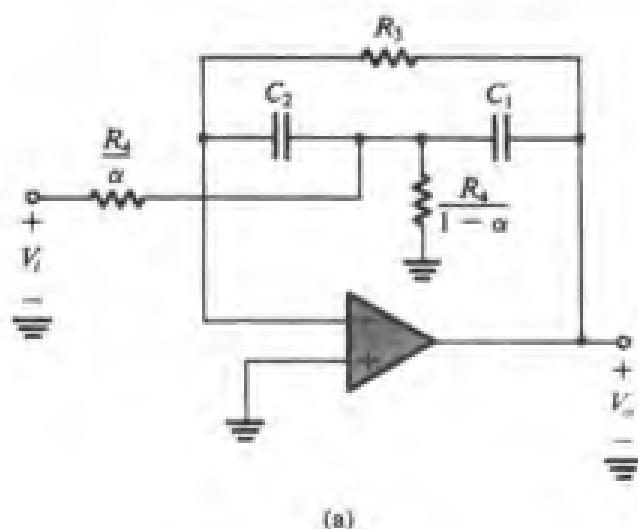


图 12.30 (a) 通过电阻  $R_4$  的一部分接入输入信号的图 12.29 所示的反馈环。电路实现带通功能；(b) 分析电路 (a)，确定电压传输函数  $T(s)$ 。带圈的数字表示分析步骤

### 12.8.3 等效反馈环路的产生

反馈环路的互补变换基于图 12.31 所示的二端口 (三端点) 网络  $n$  的线性特性。在图 12.31 (a) 中, 端点  $c$  接地, 端点  $b$  接信号  $V_b$ ,  $c$  端接地的从  $b$  到  $a$  的传输函数记为  $t$ 。然后回到图 12.31 (b),  $b$  端接地,  $c$  端接输入信号,  $b$  端接地的从  $c$  到  $a$  的传输函数一定是  $t$  的互补项, 即  $1 - t$ 。(我们在 12.6 节实现全通函数时就利用了这个性质。)

应用反馈环路的互补变换产生等效反馈环路有两个步骤:

1. 断开反馈网络 and 任何与地相连的运算放大器的输入端, 接至运算放大器的输出端; 同时将与运算放大器输出端相连的端点全部接至地。
2. 运算放大器的两个输入端必须相互交换。

经过如此变换得到的反馈环的特征方程不变, 因而极点和原来的环路相同。

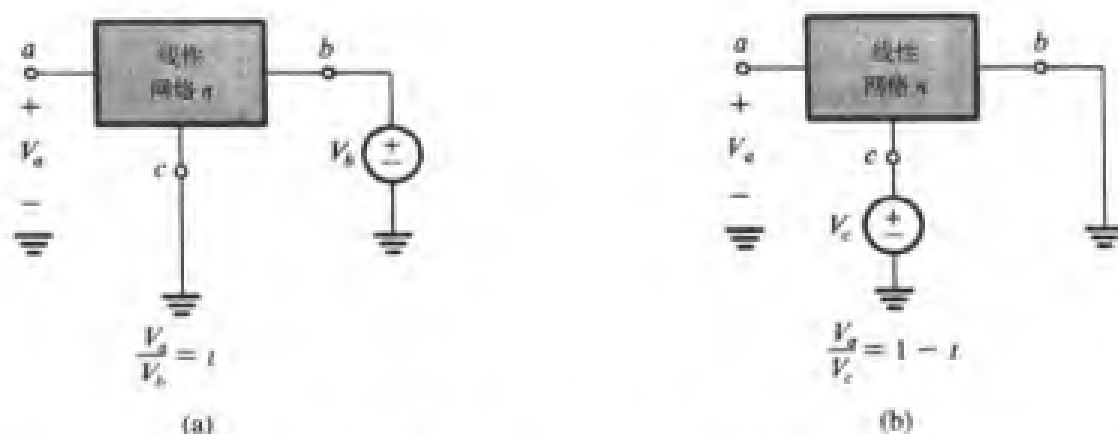


图 12.31 交换输入节点和接地点, 得到互补传输函数

为了举例说明, 参见图 12.32 (a) 所示的网络, 反馈环由接在负反馈回路中的二端口 RC 网络构成。应用互补变换, 得到图 12.32 (b) 所示的反馈环。我们注意到后者的运算放大器工作在单位增益跟随组态。现在来说明这两个环路是等效的。

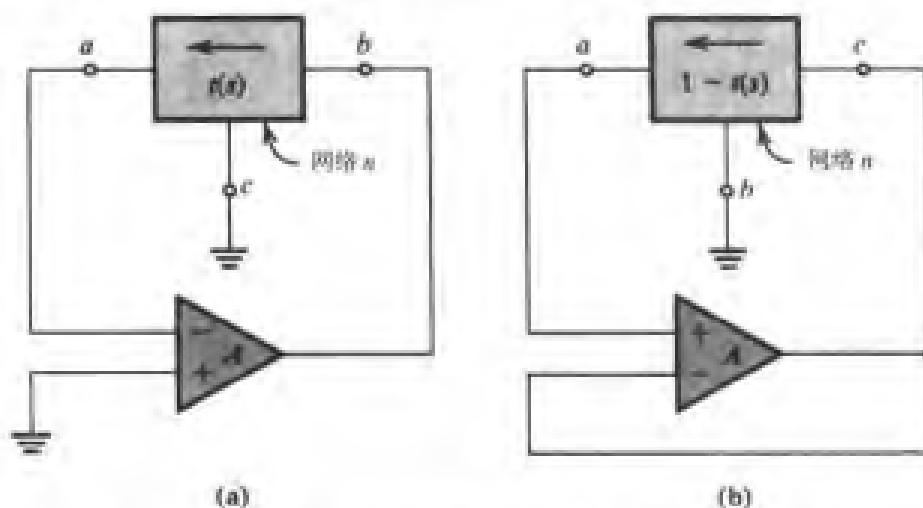


图 12.32 对 (a) 的反馈环应用互补变换可得到 (b) 的等效反馈环 (相同极点)

设运算放大器的开环增益为  $A$ , 图 12.32 (b) 所示是跟随器, 其增益为  $A/(A+1)$ 。考虑到网络  $n$  从  $c$  到  $a$  的传输函数为  $1-t$  (参见图 12.31), 因而可以写出图 12.32 (b) 的特性方程:

$$1 - \frac{A}{A+1}(1-t) = 0$$

上式可以整理成如下的形式:

$$1 + At = 0$$

这就是图 12.32 (a) 所示反馈环的特征方程。举个例子, 考虑图 12.29 所示的反馈环, 将互补变换应用于该电路, 结果得到图 12.33 (a) 所示的电路。输入信号通过电容  $C_1$  接入, 得到图 12.33 (b) 所示的电路, 可见 (通过直接分析) 电路实现的是一个二阶高通函数的功能。这是 SAB 电路族中的一个电路。设计图 12.33 (b) 所示电路, 该电路基于式 (12.73)~式 (12.76), 即  $R_3 = R$ ,  $R_4 = R/4Q^2$ ,  $C_1 = C_2 = C$ ,  $CR = 2Q/\omega_0$ , 电容  $C$  的值可以任意选取。

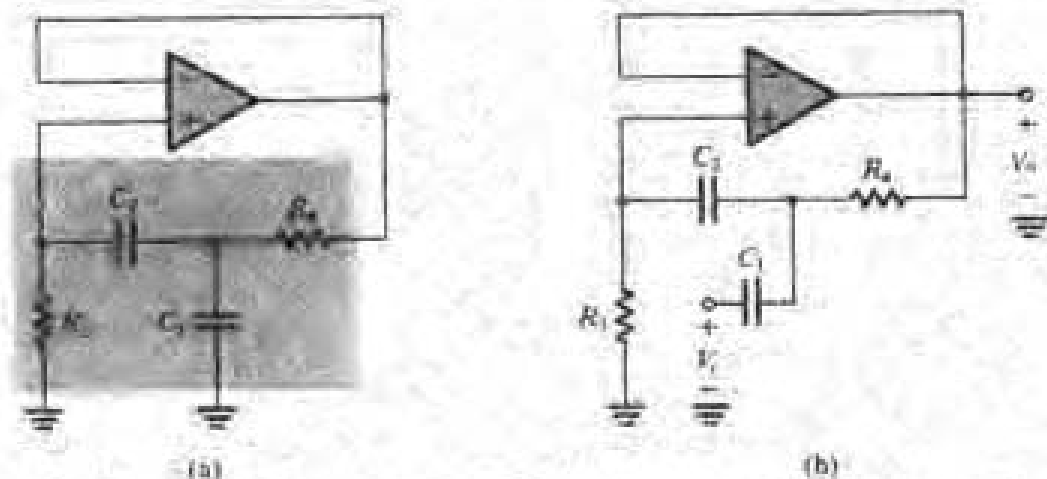


图 12.33 (a) 对图 12.29 所示的反相环进行互补变换后得到的反馈环路; (b) 通过  $C_1$  接入输入信号以实现高通传输函数。这是 Sallen-Key 系列电路中的一个。

另外一个例子是图 12.34 (a) 所示的电路, 它是将图 12.28 (b) 所示的电路置于运算放大器的负反馈回路中而得到的电路。对于理想运算放大器, 该电路实现了一对与 RC 网络的传输函数  $H(s)$  具有相同传输零点的极点, 利用图 12.28 (b) 所示电路给定的表达式, 我们可以写出有源滤波器的极点为

$$\omega_0 = 1/\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2} \quad (12.77)$$

$$Q = \left[ \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_1} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right]^{-1} \quad (12.78)$$

通常的电路设计会选择  $R_1 = R_2 = R$ ,  $C_1 = C$ ,  $C_2 = Q^2 m$ , 代入式 (12.77) 和式 (12.78), 得到

$$m = 4Q^2 \quad (12.79)$$

$$CR = 2Q/\omega_0 \quad (12.80)$$

上式仍然有一个留给设计者选择的自由度变量 ( $C$  或  $R$  的值)。

在电容  $C_1$  与地相连的接地处接入信号源可实现带通滤波器的功能。如果我们将互补变换应用到图 12.34 (a) 所示的反馈环路上, 可以得到等效的反馈环, 如图 12.34 (b) 所示。环路等效意味着图 12.34 (b) 所示电路具有相同的极点, 因而具有相同的  $\omega_0$  和  $Q$  及设计公式 [即式 (12.77)~式 (12.80)]。图 12.34 (b) 所示的新环可以实现低通传输函数的功能, 只要输入信号依照图 12.34 (c) 所示接入即可。

**练习 12.28** 分析图 12.34 (c) 所示的电路, 求传输函数  $V_o(s)/V_i(s)$ , 证明其极点  $\omega_0$  和  $Q$  与式 (12.77) 和式 (12.78) 给出的一致, 证明电路的直流增益等于 1。

**练习 D12.29** 设计图 12.34 (c) 所示的电路以实现低通滤波器的功能,  $f_0 = 4 \text{ kHz}$ ,  $Q = 1/\sqrt{2}$ , 采用  $10 \text{ k}\Omega$  的电阻。

答案:  $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ;  $C_1 = 2.81 \text{ nF}$ ;  $C_2 = 5.63 \text{ nF}$



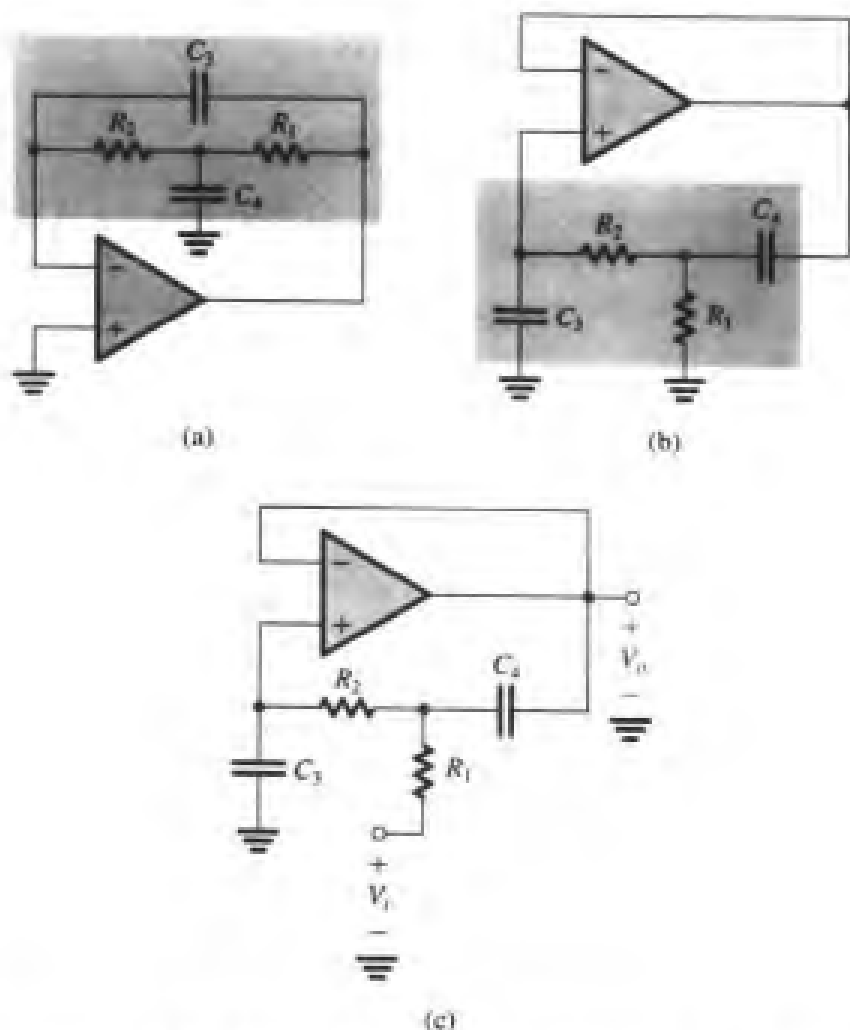


图 12.34 (a) 在运算放大器的负反馈支路中放置图 12.28 (b) 所示的桥 T 网络得到的反馈环; (b) 对 (a) 进行互补变换得到的等效环路; (c) 通过  $R_1$  接入输入信号  $V_i$  可实现低通滤波器的功能

## 12.9 灵敏度

因为元件参数有容差且运算放大器的增益有限, 所以实际滤波器的响应与理想滤波器存在偏差。为了预测这些偏差, 设计者利用了灵敏度的概念。具体而言, 对二阶滤波器, 人们感兴趣的是极点频率如何受到 RC 网络元件参数 (既有初始容差, 也有以后的漂移) 变化的影响和放大器增益的影响。这些灵敏度可以采用经典的灵敏度定义  $S'_x$  计算:

$$S'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y / y}{\Delta x / x} \quad (12.81)$$

即

$$S'_x = \frac{\partial y}{\partial x} \frac{x}{y} \quad (12.82)$$

其中,  $x$  表示元件参数值 (电阻、电容或放大器增益),  $y$  表示感兴趣的电路参数 (比如  $\omega_0$  或  $Q$ ), 变化比较小时:

$$S_x^y = \frac{\Delta y / y}{\Delta x / x} \quad (12.83)$$

因此我们可以利用  $S_x^y$  的值来确定由于  $x$  的每单位变化引起的  $y$  的每单位变化量。例如,  $Q$  对  $R_1$  的灵敏度是 5, 那么当  $R_1$  有 1% 的增加时, 将导致  $Q$  有 5% 的增加。

**例题 12.3** 对图 12.29 所示的反馈环, 求  $\omega_0$  和  $Q$  对所有无源元件和放大器增益的灵敏度。若设计时有  $C_1 = C_2$ , 估算灵敏度。

**解:** 为了计算对无源元件的灵敏度(也称为无源灵敏度), 我们假设运算放大器增益是无限的。在这种情况下,  $\omega_0$  和  $Q$  由式(12.73)和式(12.74)给出, 即对  $\omega_0$ , 我们有

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_3 R_4}}$$

结合式(12.82)的灵敏度定义得到

$$S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = S_{R_3}^{\omega_0} = S_{R_4}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

对  $Q$ , 我们有

$$Q = \left[ \sqrt{C_1 C_2 R_3 R_4} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \frac{1}{R_3} \right]^{-1}$$

同样应用灵敏度定义, 可得

$$S_{C_1}^Q = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} - \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \right) \left( \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} + \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \right)^{-1}$$

因为在设计时有  $C_1 = C_2$ , 所以  $S_{C_1}^Q = 0$ , 同样:

$$S_{C_2}^Q = 0, \quad S_{R_3}^Q = \frac{1}{2}, \quad S_{R_4}^Q = -\frac{1}{2}$$

有一点很重要, 灵敏度表这式在设计用的具体参数代入之前必须先求出。

然后我们讨论对放大器增益的灵敏度。假设运算放大器的有限增益为  $A$ , 反馈特征方程为

$$1 + At(s) = 0 \quad (12.84)$$

其中,  $t(s)$  由图 12.28(a) 给出。为简单起见, 无源器件使用设计值, 这对灵敏度没有影响, 因为我们现在只对放大器增益求灵敏度。利用先前的设计值, 即  $C_1 = C_2 = C$ ,  $R_3 = R$ ,  $R_4 = R/4Q^2$ ,  $CR = 2Q/\omega_0$ , 可以得到

$$t(s) = \frac{s^2 + s(\omega_0/Q) + \omega_0^2}{s^2 + s(\omega_0/Q)(2Q^2 + 1) + \omega_0^2} \quad (12.85)$$

其中,  $\omega_0$  和  $Q$  分别表示极点频率和品质因数的标称值或设计值。实际数值的获得需将  $t(s)$  代入式(12.84):

$$s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} (2Q^2 + 1) + \omega_0^2 + A \left( s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2 \right) = 0$$

假设放大器的增益  $A$  是实数, 方程两边同时除以  $A + 1$  可得

$$s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} \left( 1 + \frac{2Q^2}{A+1} \right) + \omega_0^2 = 0 \quad (12.86)$$

求解上述方程, 可以得到实际的极点频率  $\omega_{0a}$  和极点品质因数  $Q_a$ :

$$\omega_{0a} = \omega_0 \quad (12.87)$$

$$Q_a = \frac{Q}{1 + 2Q^2/(A+1)} \quad (12.88)$$

因此,

$$S_A^{\omega_{0a}} = 0$$

$$S_A^{Q_a} = \frac{A}{A+1} \frac{2Q^2/(A+1)}{1 + 2Q^2/(A+1)}$$

当  $A \gg 2Q^2$  且  $A \gg 1$  时, 可得到

$$S_A^{Q_a} = \frac{2Q^2}{A}$$

通常下标  $a$  会省略不写, 即

$$S_A^Q = \frac{2Q^2}{A} \quad (12.89)$$

注意, 如果  $Q$  值较大 ( $Q \geq 5$ ), 则滤波器对放大器增益的灵敏度会很大<sup>①</sup>。 ■

### 12.9.1 最后的说明

例题12.3说明了单级放大双二次电路的严重不足之处——滤波器对放大器增益的灵敏度很大。虽然已有可以降低 SAB 电路的  $S_A^Q$  [参见 Sedra 等 (1980)] 的技术, 但所付出的代价是必须提高无源灵敏度。尽管 SAB 电路在许多场合都有应用, 但是如果滤波器的  $Q$  值大于 10, 人们往往还是采用多运算放大器的双二次电路, 比如 12.6 节和 12.7 节中介绍过的电路, 这些电路的  $S_A^Q$  和  $Q$  成正比, 而不像 SAB 电路那样与  $Q^2$  成正比 [见式 (12.89)]。

**练习 12.30** 采用图 12.29 所示的反馈环实现滤波器电路,  $C_1 = C_2$ , 求  $\omega_0$  和  $Q$  在以下各种情况下的变化率 (用百分率表示): (a) 电阻  $R_3$  提高 2%; (b) 电阻  $R_4$  提高 2%; (c) 电阻  $R_3$  和  $R_4$  同时提高 2%; (d) 两个电容同时降低 2% 且两个电阻同时提高 2%。

**答案:** (a) -1%, +1%; (b) -1%, -1%; (c) -2%, 0%; (d) 0%, 0%

## 12.10 开关电容滤波器

以上介绍的有源滤波器很难进行大规模生产, 而且事实上也不可能做成单片集成的 IC 电路, 原因有两个: 一是需要很大的电容, 二是需要非常精确的 RC 时间常数。一直到现在, 人们仍在寻找能够进行 IC 实现的滤波器的设计方法。本节我们将介绍其中的一种方法。

### 12.10.1 基本原理

开关电容滤波器技术是建立在电路两节点之间的电容在很高频率的充放电状态下等效于一个电阻的概念上实现的。为了进行详细说明, 考虑图 12.35 (a) 所示的有源 RC 积分器。这是我

<sup>①</sup> 因为运算放大器的开环增益  $A$  的容差很大, 所以将 ( $S_A^{\omega_0}$ ) 和 ( $S_A^Q$ ) 保持为很小是非常重要的。

们熟悉的米勒积分器。在 12.7 节中我们将此电路用在了双积分环双二次电路中。在图 12.35 (b) 中, 我们把电阻  $R_1$  用一个接地的电容  $C_1$  和两个 MOS 晶体管构成的开关代替。有些电路中还有更好的开关结构, 具体内容已经超出了本书的范围。

图 12.35 (b) 所示的两个 MOS 开关受两个不重叠的时钟信号驱动, 图 12.35 (c) 给出了信号波形。在此我们假设时钟频率  $f_c$  ( $f_c = 1/T_c$ ) 远大于被滤波的信号频率, 这样在  $\phi_1$  时钟阶段, 电容  $C_1$  接输入信号源  $v_i$ , 输入源的变化很小, 可以忽略, 电容  $C_1$  被充电至  $v_i$ :

$$q_{C_1} = C_1 v_i$$

接下来, 在  $\phi_2$  时钟阶段, 电容  $C_1$  接至运算放大器的虚地输入端, 如图 12.35 (d) 所示, 电容  $C_1$  被迫放电, 将先前的电荷  $q_{C_1}$  转移到  $C_2$  上, 方向如图 12.35 (d) 所示。

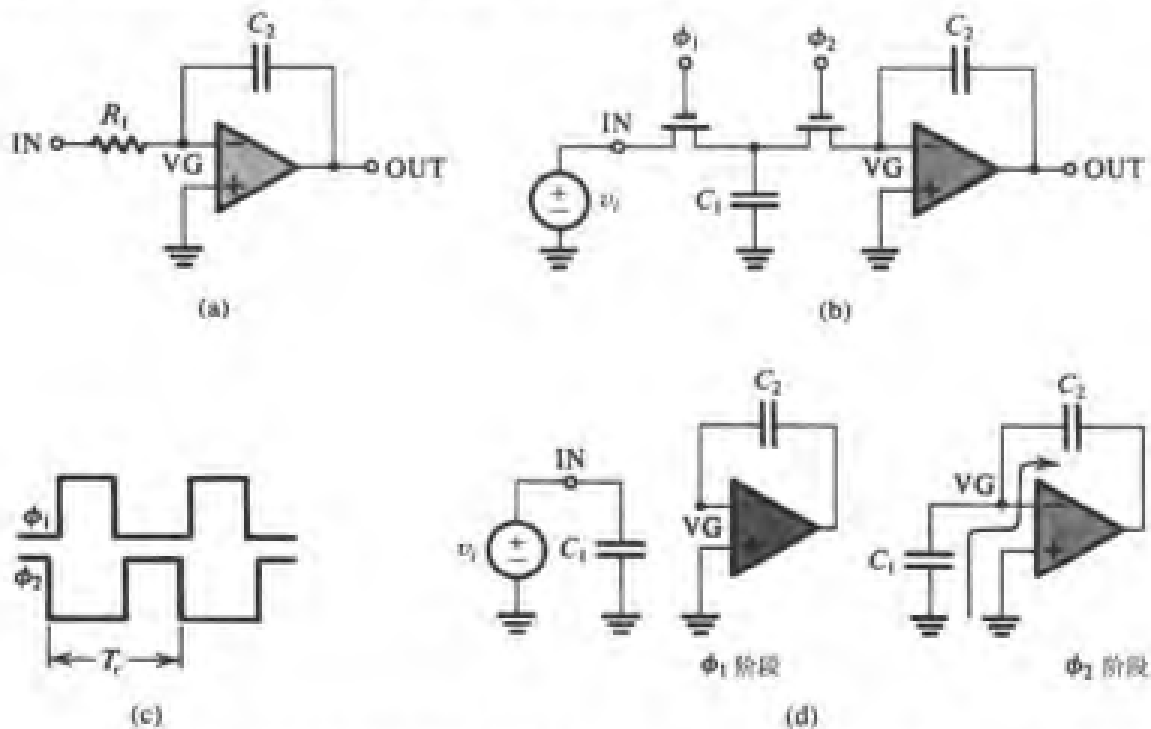


图 12.35 开关电容滤波器技术的基本原理: (a) 有源 RC 积分器; (b) 开关电容积分器; (c) 两相时钟信号 (没有重叠); (d)  $\phi_1$  起作用, 电容  $C_1$  被充电至  $v_i$ , 接着在  $\phi_2$  阶段, 通过电容  $C_2$  放电

从上面的描述中, 我们发现每一个时钟周期  $T_c$  内电荷  $q_{C_1} = C_1 v_i$  从输入信号源被取出, 然后提供给积分电容  $C_2$ , 因此输入节点 (IN) 和虚地节点 (VG) 之间流过的平均电流为

$$i_{av} = \frac{C_1 v_i}{T_c}$$

如果  $T_c$  非常短, 则可以认为上述过程是连续的且存在于节点 IN 和 VG 之间的等效电阻  $R_{eq}$  定义为

$$R_{eq} = v_i / i_{av}$$

即

$$R_{eq} = T_c / C_1 \quad (12.90)$$

利用  $R_{eq}$  可以得到积分器的等效时间常数为

$$\text{时间常数} = C_2 R_{\text{eq}} = T_c \frac{C_2}{C_1} \quad (12.91)$$

因此，决定滤波器频率响应的的时间常数就与时钟周期  $T_c$  和电容比值  $C_2/C_1$  有关。这两个参数在 IC 工艺里都是很容易控制的参数。特别是时间常数与电容的比值有关而不是与电容的绝对数值有关。在 MOS 工艺里，电容的比值可精确地控制在 0.1% 以内。

此外还有一点值得关注：一般的时钟频率（比如 100 kHz）和不很大的电容比值（比如 10）可以得到音频应用所需要的相当大的时间常数（ $10^{-4}$  s）。由于电容通常都会占据比较大的芯片面积，因此人们总会设法减小电容的值。有一点很重要，文中曾经引用的精确电容比值是在最小电容为 0.1 pF 的情况下得到的。

### 12.10.2 实际电路

图 12.35 (b) 所示的开关电容 (SC) 电路实现了一个反相积分器的功能 [注意图 12.35 (d) 所示的流过电容  $C_2$  的充电电流方向]。12.7 节讲到，一个双积分环有源滤波器是由一个反相积分器和一个同相积分器构成的。为了实现开关电容双二次电路，我们需要一对互补的开关电容积分器。图 12.36 (a) 给出了一个同相积分器的电路。读者应该根据两个时钟信号的相位推导电路的特性，证明电路功能和图 12.36 (b) 所示一致，只是符号相反。

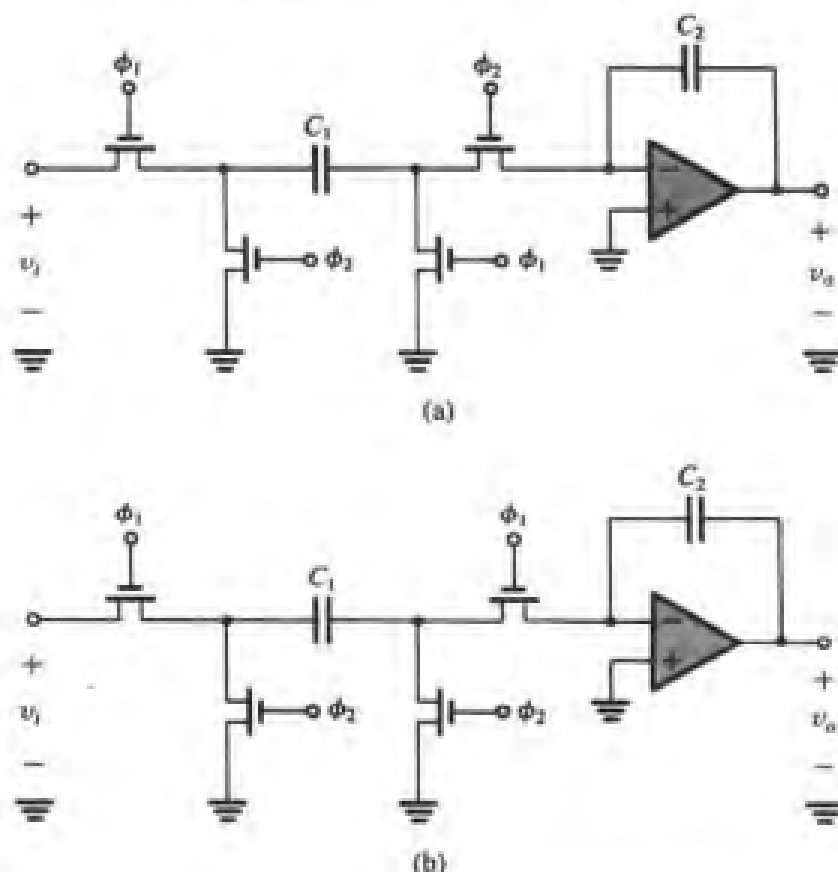


图 12.36 一对互补开关电容积分器，它们对杂散电容均不敏感；

(a) 同相开关电容积分器；(b) 反相开关电容积分器

图 12.36 (a) 所示电路除了能够实现同相积分功能外，对杂散电容也不敏感，这里我们不在此做更深入的分析，感兴趣的读者可以参考 Schaumann、Ghausi 和 Laker (1990) 的文献资料。

改变两个开关上的时钟信号相位便可得到图 12.36 (b) 所示的电路。这个电路实现的是反相积分器的功能, 与图 12.35 (b) 一样, 但是电路对杂散电容不敏感 [图 12.35 (b) 没有此特性]。图 12.36 所示的一对互补积分器成为了开关电容滤波器设计时的标准模块电路。

现在让我们来实现一个完整的双二次电路。图 12.37 (a) 所示是已经讲过的有源 RC 双积分环电路。考虑到级联积分器 2 和倒相器构成的是一个同相积分器, 接下来用开关电容等效电路替换每一个电阻便可得到图 12.37 (b) 所示的电路。暂时忽略第一级积分器的阻尼元件 (开关电容  $C_5$ ), 发现反馈回路由一个反相器和一个同相积分器组成, 阻尼开关电容起定相作用。改变相位会导致反馈成为正性质, 极点将被移至  $s$  平面右半侧。另一方面, 输入端的开关电容  $C_6$  的定相不是很重要, 相位颠倒只是改变了传输函数的符号。

分析了有源 RC 双二次电路和开关电容双二次电路的相关特性后, 现在来推导设计公式。分析图 12.37 (a) 所示电路, 得到

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_3 R_4}} \quad (12.92)$$

将  $R_2$  和  $R_4$  用其等效的开关电容等效值代入, 可得

$$R_3 = T_c / C_3 \quad \text{和} \quad R_4 = T_c / C_4$$

从而得 SC 双二次电路的  $\omega_0$  为

$$\omega_0 = \frac{1}{T_c} \sqrt{\frac{C_3 C_4}{C_2 C_1}} \quad (12.93)$$

通常选择两个积分器的时间常数相等, 即

$$\frac{T_c}{C_3} C_2 = \frac{T_c}{C_4} C_1 \quad (12.94)$$

若进一步选择两积分电容也相等, 即

$$C_1 = C_2 = C \quad (12.95)$$

则

$$C_3 = C_4 = KC \quad (12.96)$$

利用式 (12.93) 可得

$$K = \omega_0 T_c \quad (12.97)$$

对相同时间常数的情况, 图 12.37 (a) 所示电路的品质因数  $Q$  由  $R_3/R_4$  确定, 相应的图 12.37 (b) 所示电路的 SC 品质因数  $Q$  为

$$Q = \frac{T_c / C_5}{T_c / C_4} \quad (12.98)$$

电容  $C_5$  由下式确定:

$$C_5 = \frac{C_4}{Q} = \frac{KC}{Q} = \omega_0 T_c \frac{C}{Q} \quad (12.99)$$

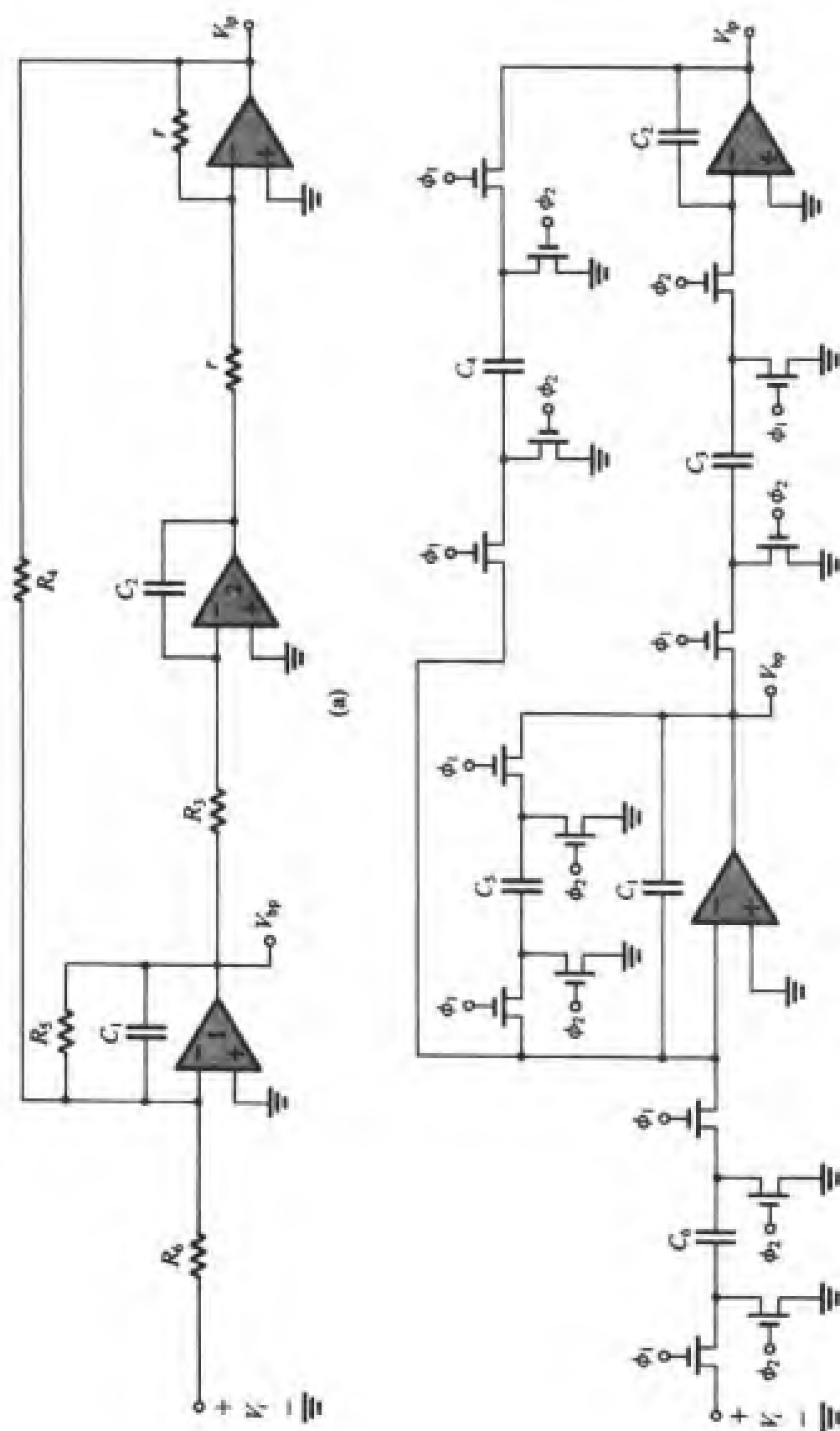


图 12.37 (a) 双积分分环有源 RC 双二次电路; (b) 对应的开关电容

最后,中心频率点上的增益为

$$\text{中心频率增益} = \frac{C_6}{C_5} = Q \frac{C_6}{\omega_0 T_c C} \quad (12.100)$$

**练习 D12.31** 采用  $C_1 = C_2 = 20 \text{ pF}$  设计图 12.37 (b) 所示的电路,实现带通滤波器的功能。要求  $f_0 = 10 \text{ kHz}$ ,  $Q = 20$ , 中心频率增益为 1。时钟频率  $f_c = 200 \text{ kHz}$ , 求电容  $C_3, C_4, C_5$  和  $C_6$  的值。

答案: 6.283 pF; 6.283 pF; 0.314 pF; 0.314 pF

### 12.10.3 最后的说明

我们尽力提供给读者的只是有关开关电容滤波器电路的简单介绍。我们做了许多简化假设才得到了开关电容等效电阻值的重要等式[即式(12.90)]。等效电阻值只有当  $f_c = \infty$  时才是精确的,在  $f_c \gg f$  时近似准确。开关电容滤波器实际上是一个数据采样网络,对其进行分析和设计时采用变换技术是比较准确的。感兴趣的读者可以参考有关的文献资料。

## 12.11 调谐放大器

这一节要介绍一种特殊的选频网络——LC 调谐放大器。图 12.38 所示的是调谐放大器幅频响应的一般波形。要讨论的技术将应用于中心频率在几百 kHz 到几百 MHz 范围内的调谐放大器中。调谐放大器在通信接收机的射频(RF)模块和中频(IF)模块及其他各种系统中都有应用的场合。需要指出的是图 12.38 所示的频响和前面几节讨论过的带通滤波器的频响很相似。

如图 12.38 所示,幅频响应曲线有三个特征参数:中心频率  $\omega_0$ 、3 dB 带宽和边缘选择性。其中边缘选择性通常被定义为 30 dB 带宽与 3 dB 带宽的比值。许多应用场合的 3 dB 带宽均小于 5% 的  $\omega_0$ , 窄带特性使得某种近似分析成为可能,因而设计的过程可以被简化,我们将在后面解释。

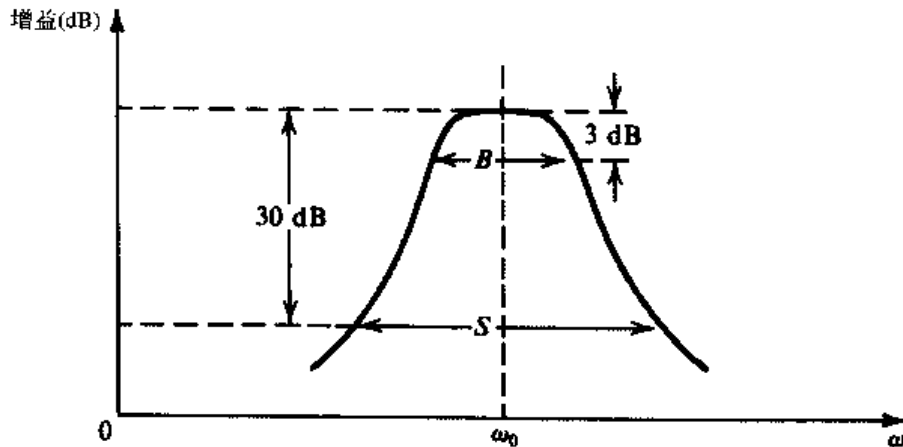


图 12.38 调谐放大器的频率响应

本节讨论的调谐放大器都是小信号放大器,属于“A类”模式,即晶体管始终是导通的。基于“C类”的调谐功放电路和开关模式工作的其他调谐放大器不属于本书讨论的内容。(关于放大器分类的讨论可参见 14.1 节。)

### 12.11.1 基本原理

设计调谐放大器的基本原理是将 LC 谐振回路作为 BJT 或 FET 放大器的负载,或者放在输入端,如图 12.39 所示,这是一个用 LC 谐振回路作为负载的 MOSFET 放大器。为简单起见,该电



路没有包括偏置部分。因为这个电路只有一个单级的调谐回路，所以也称为单调谐放大器。放大器的等效电路如图 12.39 (b) 所示，这里的  $R$  表示负载电阻  $R_L$  和晶体管输出电阻  $r_o$  的并联等效值， $C$  是  $C_L$  和晶体管输出电容（通常很小）的并联等效值。由等效电路可以写出

$$V_o = \frac{-g_m V_i}{Y_L} = \frac{-g_m V_i}{sC + 1/R + 1/sL}$$

则电压增益可表示为

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{g_m}{C} \frac{s}{s^2 + s(1/CR) + 1/LC} \quad (12.101)$$

这是一个二阶带通函数，因而调谐放大器的中心频率为

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (12.102)$$

3 dB 带宽为

$$B = \frac{1}{CR} \quad (12.103)$$

品质因数  $Q$  为

$$Q \equiv \omega_0 / B = \omega_0 CR \quad (12.104)$$

中心频率增益为

$$\frac{V_o(j\omega_0)}{V_i(j\omega_0)} = -g_m R \quad (12.105)$$

注意，中心频率增益也可以通过观察得到。谐振时  $L$  和  $C$  的电抗相互抵消，并联 LCR 电路的阻抗降为  $R$ 。

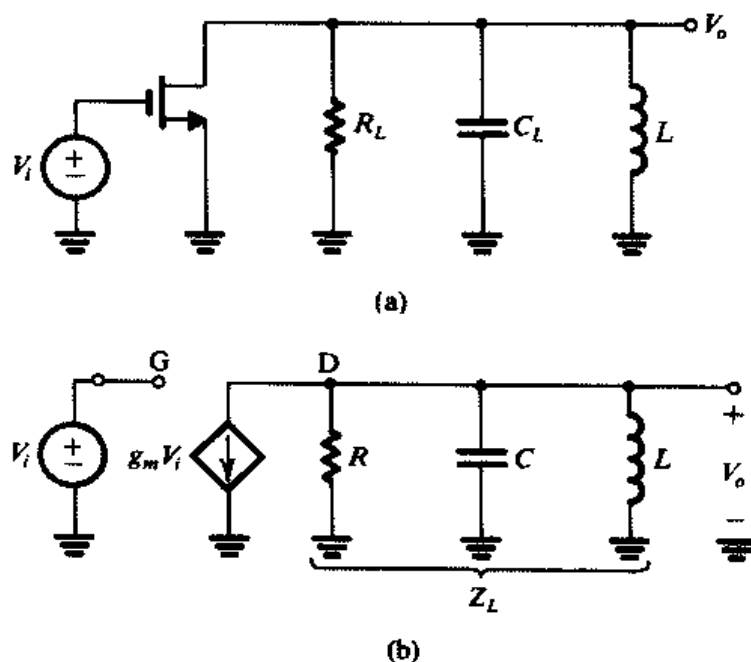


图 12.39 利用以谐振回路作为负载的 MOSFET 说明调谐放大器的基本原理。偏置部分没有在图中画出

例题 12.4 设计一个如图 12.39 所示的调谐放大器, 要求  $f_0 = 1 \text{ MHz}$ ,  $3 \text{ dB}$  带宽  $= 10 \text{ kHz}$ , 中心频率增益  $= -10 \text{ V/V}$ 。场效应管在偏置工作点上有:  $g_m = 5 \text{ mA/V}$ , 输出电阻  $r_o = 10 \text{ k}\Omega$ 。输出电容很小, 可以忽略。确定  $R_L$ ,  $C_L$  和  $L$  的值。

解: 中心频率增益  $= -10 = -5R$ , 所以  $R = 2 \text{ k}\Omega$ 。由于  $R = R_L \parallel r_o$ , 所以  $R_L = 2.5 \text{ k}\Omega$ 。

$$B = 2\pi \times 10^4 = \frac{1}{CR}$$

即

$$C = \frac{1}{2\pi \times 10^4 \times 2 \times 10^3} = 7958 \text{ pF}$$

因为  $\omega_0 = 2\pi \times 10^6 = 1/\sqrt{LC}$ , 因此得到

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \times 10^{12} \times 7958 \times 10^{-12}} = 3.18 \text{ }\mu\text{H}$$

### 12.11.2 电感损耗

电感的能量损耗通常用与之串联的电阻  $r_s$  来表示, 如图 12.40 (a) 所示。只是人们通常关心的是在谐振频率点上的品质因数  $Q_0$ , 而不是  $r_s$  的具体数值:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{r_s} \quad (12.106)$$

$Q_0$  的典型值在 50 到 200 之间。

如图 12.40 (b) 所示, 将电感的损耗用并联电阻  $R_p$  表示可以简化电路的分析。 $R_p$  和  $Q_0$  的关系可以通过写出图 12.40 (a) 所示电路的导纳得到:

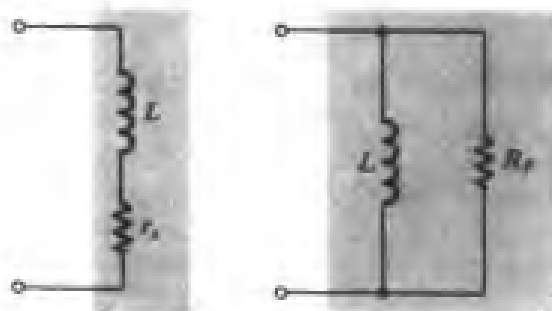


图 12.40 电感等效电路

$$\begin{aligned} Y(j\omega_0) &= \frac{1}{r_s + j\omega_0 L} \\ &= \frac{1}{j\omega_0 L} \frac{1}{1 - j(1/Q_0)} = \frac{1}{j\omega_0 L} \frac{1 + j(1/Q_0)}{1 + (1/Q_0^2)} \end{aligned}$$

当  $Q_0 \gg 1$  时,

$$Y(j\omega_0) = \frac{1}{j\omega_0 L} \left( 1 + j \frac{1}{Q_0} \right) \quad (12.107)$$

令上述阻抗等于图 12.40 (b) 所示的阻抗, 得到

$$Q_0 = \frac{R_p}{\omega_0 L} \quad (12.108)$$

上式等价于:

$$R_p = \omega_0 L Q_0 \quad (12.109)$$

最后要指出的是, 电感线圈的品质因数是调谐电路  $Q$  值的上限。

练习 12.32 假如例题 12.4 的电感品质因数  $Q_0 = 150$ , 求  $R_p$  的值, 然后求使得电路的总  $Q$  和带宽均不改变的负载  $R_L$  的值。

答案:  $3 \text{ k}\Omega$ ;  $15 \text{ k}\Omega$

## 12.11.3 变压器的使用

很多情况下电感的设计值是不实际的,高  $Q_0$  值的线圈电感实际上是找不到的。简单的解决方法是使用变压器来改变阻抗,或者说,采用中心抽头的自耦变压器,如图 12.41 所示,只要将线圈绕在铁芯上,就可以实现两部分电感之间的紧耦合,从而得到图中所示的变换关系。结果是端点 1 和 1' 之间的调谐电路等效于图 12.39 (b) 所示电路。比如,假设匝数比  $n = 3$ , 放到例题 12.4 的放大电路中,则所需要的线圈电感量为  $L' = 9 \times 3.18 = 28.6 \mu\text{H}$ , 电容量为  $C' = 7958/9 = 884 \text{ pF}$ , 现在的两个值都要比原先的值更实际。

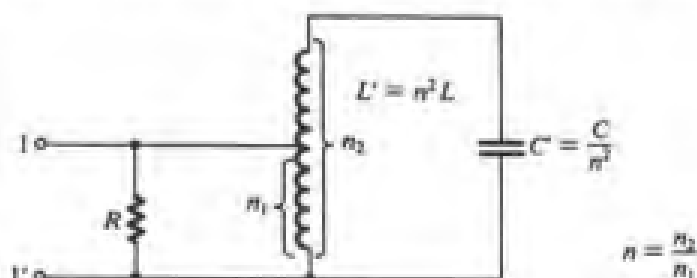


图 12.41 用于实现阻抗变换以允许采用大电感  $L'$  和小电容  $C'$  的中心抽头电感

在实际应用中,采用调谐电路的输出耦合至下一级的输入端,中心抽头的线圈还可以提高下一级放大器的有效输入电阻。这一点将在图 12.42 和接下来的练习中给予说明。

**练习 D12.33** 考虑图 12.42 (a) 所示的电路,首先不使用中心抽头线圈,设  $L = 5 \mu\text{H}$ ,  $R_1$  取固定值  $1 \text{ k}\Omega$ , 我们希望设计的调谐放大器中心频率为  $f_0 = 455 \text{ kHz}$ ,  $3 \text{ dB}$  带宽是  $10 \text{ kHz}$  (这是 AM 收音机的中频放大器)。如果 BJT 的  $R_{in} = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{in} = 200 \text{ pF}$ , 求实际得到的带宽和电容  $C_1$  的值。

答案:  $13 \text{ kHz}$ ;  $24.27 \text{ nF}$

**练习 D12.34** 因为练习 12.33 得到的带宽比需要的宽,因此我们换一种设计方法,即采用中心抽头的线圈,如图 12.42 (a) 所示。求使得性能参数满足要求的线圈的匝数比。再求需要的新的电容  $C_1$  的值以及谐振时的电流增益  $I_o/I_i$ 。假设在偏置点处 BJT 的  $g_m = 40 \text{ mA/V}$ 。

答案:  $1.36$ ;  $24.36 \text{ nF}$ ;  $19.1 \text{ A/A}$

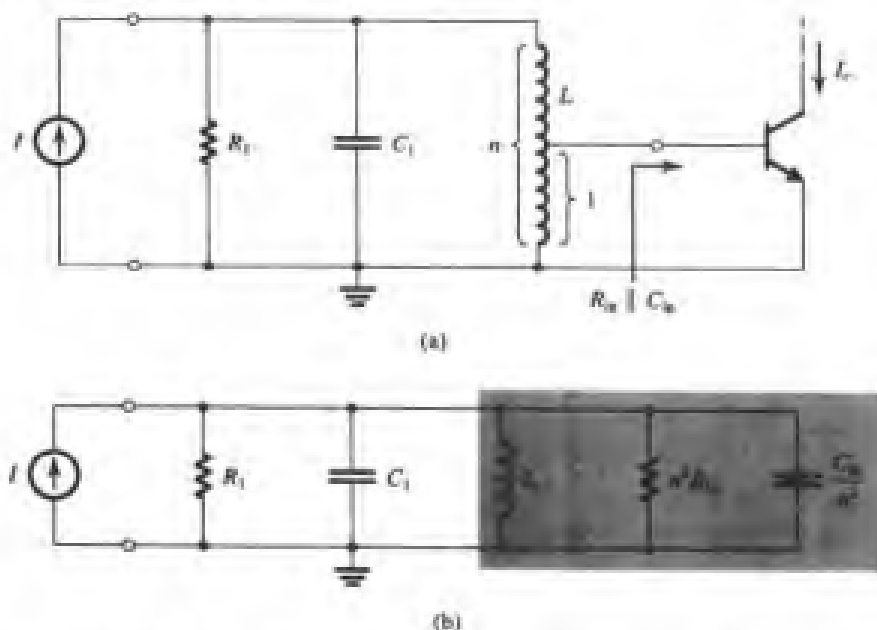


图 12.42 (a) 采用抽头线圈实现调谐放大器输出到另一个放大器输入之间的耦合; (b) 等效电路。注意使用抽头线圈提高了第二级放大器的有效输入阻抗。

### 12.11.4 多级调谐放大器

图 12.39 所示的单级调谐放大器的选择性在许多应用中略显不足, 比如收音机或电视机的中频放大器。要获得较好的选择性往往需要再接上另外的调谐电路, 图 12.43 就是一个输入端有调谐回路、输出端也有调谐回路的 BJT 放大器<sup>①</sup>。电路同时给出了直流偏置, 我们发现, 其偏置电路和低频分立元件放大器的经典偏置方式非常相似, 但是采用了与电阻  $R_{B1}$  和  $R_{B2}$  串联的高频扼流圈 (RFC), 其目的是避免偏置电阻对输入端调谐回路的负载效应。高频扼流圈在信号频率上有很高的阻抗, 高频扼流圈用于 RF 调谐放大器的偏置的现象很普遍。

由于米勒电容  $C_\mu$  的作用, 分析和设计图 12.43 所示的双调谐放大器很复杂。而且负载不但是电阻, 6.4.4 节有关放大器的介绍可以说明等效的米勒输入阻抗是复数, 该反射阻抗将导致输入回路重新调谐, 即电路的频响特性产生偏移。毋庸置疑,  $C_\mu$  电容的耦合效应使得电路的调谐 (校正) 非常困难。更严重的是, 电容  $C_\mu$  会引起电路的振荡 [参见 Gray 和 Searle (1969) 以及习题 12.75]。

为了抵消  $C_\mu$  的作用, 可以另外增加电路以产生一个电流, 其方向和流过  $C_\mu$  的电流方向相反, 大小相同。或者采取更常用的方法, 调整电路的组态, 使其不受米勒效应的影响。这一点留待后叙。在结束本节之前还要说明一点, 在设计图 12.43 所示的各种电路类型时, BJT 通常会使用它的  $y$  参数模型 (参见附录 B)。之所以这样做, 是因为电容  $C_\mu$  在电路中起了很大的作用,  $y$  参数可以使得分析简便 (与混合  $\pi$  模型相比), 而且  $y$  参数在  $\omega_0$  频率上比较容易测量。对窄带放大器来说, 一般可以假设通带内的  $y$  参数近似为常数。

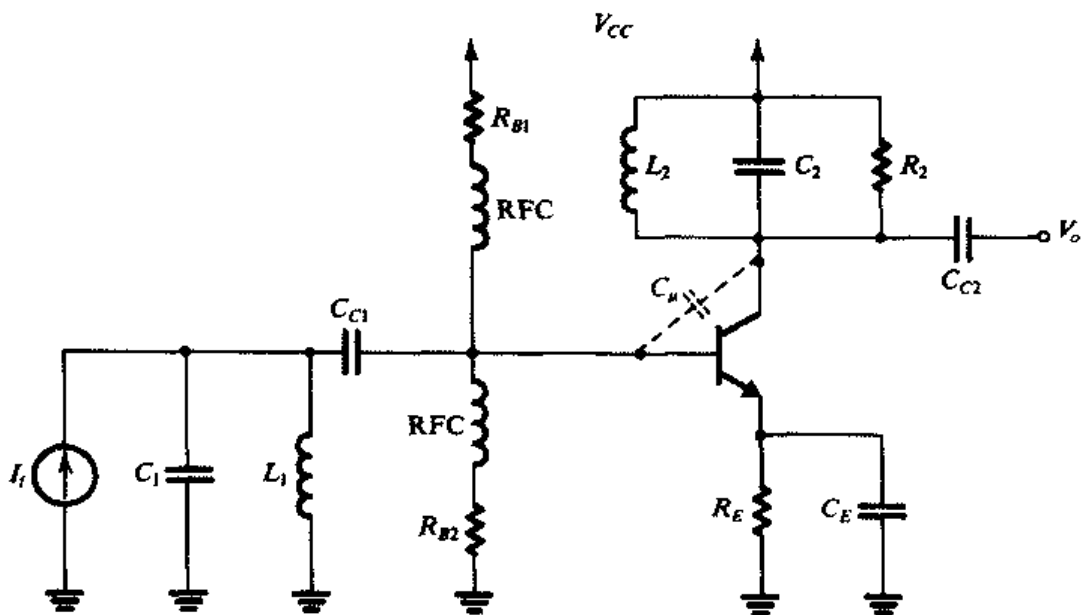


图 12.43 输入端和输出端均接有调谐回路的 BJT 调谐放大器

### 12.11.5 cascode 和 CC-CB 级联电路

我们在第 6 章介绍了放大器的频响, 知道有两种放大器没有米勒效应。这就是共射-共基和共集-共基级联电路。图 12.44 所示是基于这两种组态的调谐放大器。在实现时, CC-CB 电路更受欢迎, 因为它的差分结构使得它非常适合于集成偏置技术。[注意, 图 12.44 (a) 所示电路没有画出偏置的详细电路。偏置可以采用和前面几章介绍的结构相似的结构。]

<sup>①</sup> 注意, 输入电路是一个并联谐振回路, 输入信号应该采用电流源 (而不是电压源)。

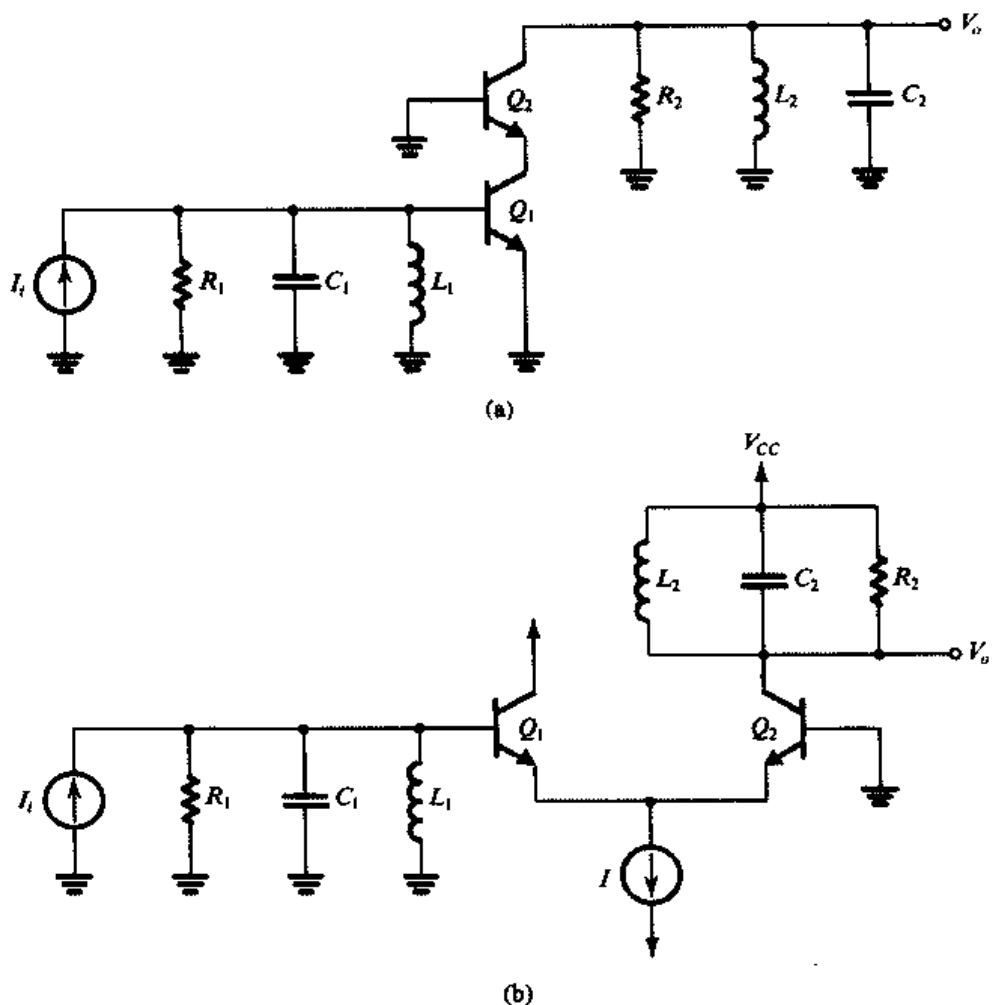


图 12.44 两种不受米勒效应影响的调谐放大器组态；(a) cascode 组态；(b) 共集-共基级联组态（注意，图中未画出 cascode 组态的详细偏置）

### 12.11.6 同步调谐

设计多级调谐放大器会遇到各级调谐电路究竟应该调谐在什么频率上的问题。不管问题如何解决，目的只有一个，那就是要使整个电路具有宽平坦通带和很高的边缘选择性。为探讨这个问题，我们假设总频响是各单级频响的乘积。换言之，各级之间没有相互作用。我们采用图 12.44 所示的电路很容易实现。

考虑  $N$  级相同的谐振回路，我们称之为同步调谐。图 12.45 给出了单级和多级级联的频率响应。观察发现，总带宽收缩了，总 3 dB 带宽  $B$  和每一个调谐电路的  $\omega_0/Q$  有关（参见习题 12.77）：

$$B = \frac{\omega_0}{Q} \sqrt{2^{1/N} - 1} \quad (12.110)$$

因子  $\sqrt{2^{1/N} - 1}$  称为带宽收缩因子。给定  $B$  和  $N$ ，可以利用式 (12.110) 确定每一级调谐回路所需要的  $\omega_0/Q$ 。

**练习 D12.35** 设计 FM 收音机的中频放大器。采用两级同步调谐电路，每一级的  $f_0 = 10.7$  MHz，求每一级的 3 dB 带宽，使得放大器的总带宽为 200 kHz。各级均采用  $3\mu\text{H}$  的电感，求各级的电容  $C$  和电阻  $R$  的值。

答案：310.8 kHz；73.7 pF；6.95 k $\Omega$

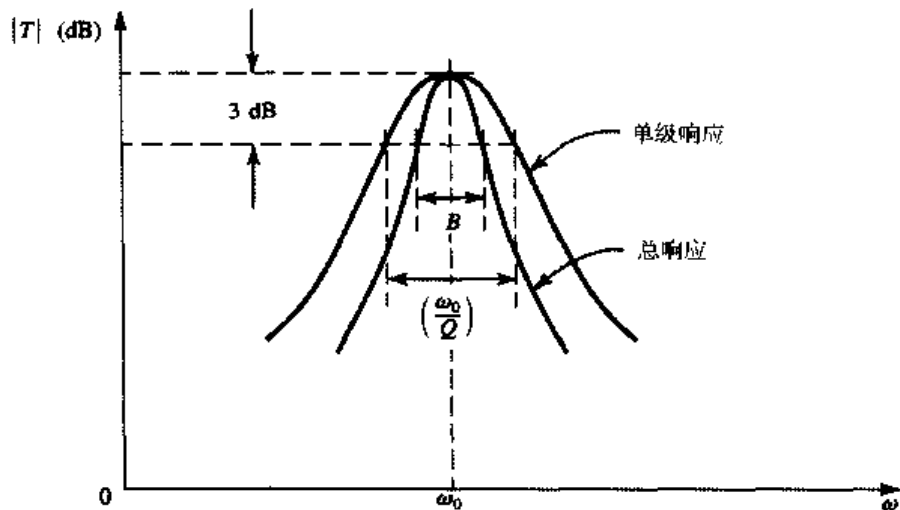


图 12.45 同步调谐放大器的频率响应

### 12.11.7 参差调谐

比较好的频响特性是将各级调谐在不同的频率点上, 如图 12.46 所示, 这种调谐称为参差调谐。参差调谐放大器在中心频率附近一般都具有最大的平坦特性。该频响特性是通过把最大平坦(巴特沃斯)低通滤波器的频率轴变换到 $\omega_0$ 得到的。现在我们就来讨论具体做法。

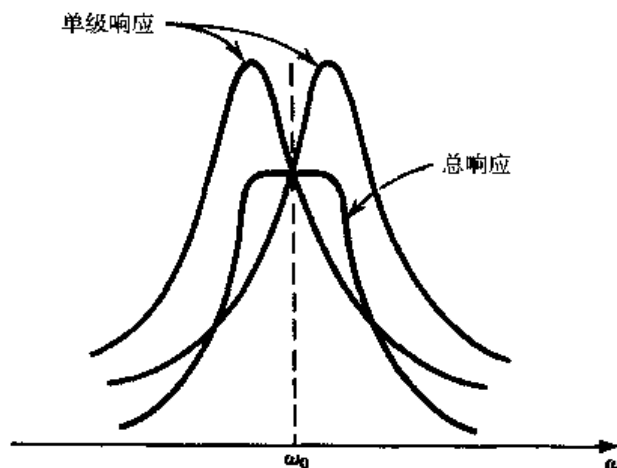


图 12.46 参差调谐各谐振器可以得到在通带内平坦得多的总频响特性, 比较的对象是同步调谐放大器 (见图 12.45)

二阶带通滤波器的传输函数用极点频率表示为

$$T(s) = \frac{a_1 s}{\left( s + \frac{\omega_0}{2Q} - j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \right) \left( s + \frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \right)} \quad (12.111)$$

对窄带滤波器而言,  $Q \gg 1$ , 且对 $+j\omega_0$ 附近的 $s$ 值来说 [见图 12.47 (b)], 分母的第二项可近似为 $(s + j\omega_0 \approx 2s)$ , 因此, 式 (12.111) 在 $j\omega_0$ 附近可近似为

$$T(s) = \frac{a_1/2}{s + \omega_0/2Q - j\omega_0} = \frac{a_1/2}{(s - j\omega_0) + \omega_0/2Q} \quad (12.112)$$

这称为窄带近似。注意，在幅频响应中<sup>①</sup>，令  $s = j\omega$ ，当  $\omega = \omega_0$  时，其峰值正如我们预期的那样等于  $a_1 Q / \omega_0$ 。

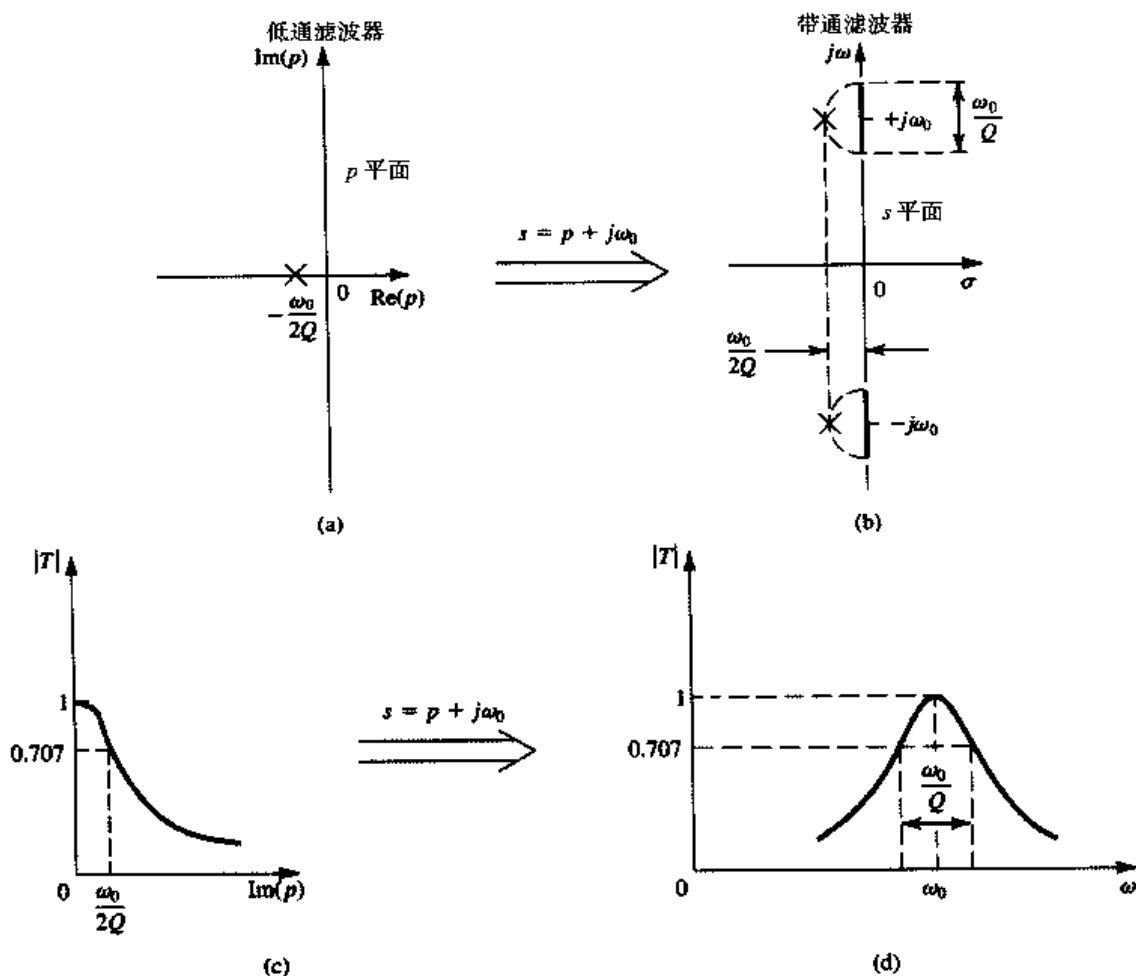


图 12.47 对一阶低通滤波器进行变换可得到二阶窄带滤波器：(a)  $p$  平面上的--阶滤波器极点；(b) 应用  $s = p + j\omega_0$  变换并增加一个共轭复数极点可得到二阶带通滤波器的极点；(c) 一阶低通滤波器的幅频响应；(d) 二阶带通滤波器的幅频响应

现在考虑一阶低通滤波网络，单个极点位于  $p = -\omega_0/2Q$ （我们用  $p$  表示低通滤波器的复数频率变量）。其传输函数为

$$T(p) = \frac{K}{p + \omega_0/2Q} \quad (12.113)$$

其中， $K$  是常数。比较式 (12.112) 和式 (12.113)，我们注意到当  $p = s - j\omega_0$  时，两式相等，因而，

$$s = p + j\omega_0 \quad (12.114)$$

这个结论说明二阶带通滤波器在中心频率  $s = j\omega_0$  附近的频率响应等同于极点在  $(-\omega_0/2Q)$ ， $p = 0$  附近的一阶低通滤波器的频率响应，所以带通滤波器的频率响应可以一阶低通滤波器为原型，通过变换极点频率并增加共轭复数极点得到，如图 12.47 (b) 所示。这称为窄带滤波器的低通到带通的转换。

① 带通响应关于中心频率  $\omega_0$  几何对称。也就是幅度相等的每一对频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  满足  $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$ 。当  $Q$  值很高时，接近于  $\omega_0$  的频点上的几何对称变成了算术对称，即幅频响应相等的两个频率离开  $\omega_0$  的距离是相等的。该结论对高阶带通滤波器也是正确的，条件是电路设计采用的是本节介绍的变换方法。

$p = s - j\omega_0$  的变换可以应用到阶数高于 1 的低通滤波器中。例如, 我们可以把一个最大平坦二阶低通滤波器 ( $Q = 1/\sqrt{2}$ ) 转换成一个最大平坦带通滤波器。如果带通滤波器的 3 dB 带宽是  $B$  rad/s, 那么低通滤波器的 3 dB 频率 (也是极点频率) 就是  $(B/2)$  rad/s, 如图 12.48 所示。得到的四阶带通滤波器就是一个参差调谐电路, 两个调谐回路 (参见图 12.48) 为

$$\omega_{01} = \omega_0 + \frac{B}{2\sqrt{2}} \quad B_1 = \frac{B}{\sqrt{2}} \quad Q_1 = \frac{\sqrt{2}\omega_0}{B} \quad (12.115)$$

$$\omega_{02} = \omega_0 - \frac{B}{2\sqrt{2}} \quad B_2 = \frac{B}{\sqrt{2}} \quad Q_2 = \frac{\sqrt{2}\omega_0}{B} \quad (12.116)$$

注意, 总频率响应在归一化频率上的增益是 1, 各单级频率响应在相同频率上的增益是  $\sqrt{2}$ , 见图 12.48 (d)。

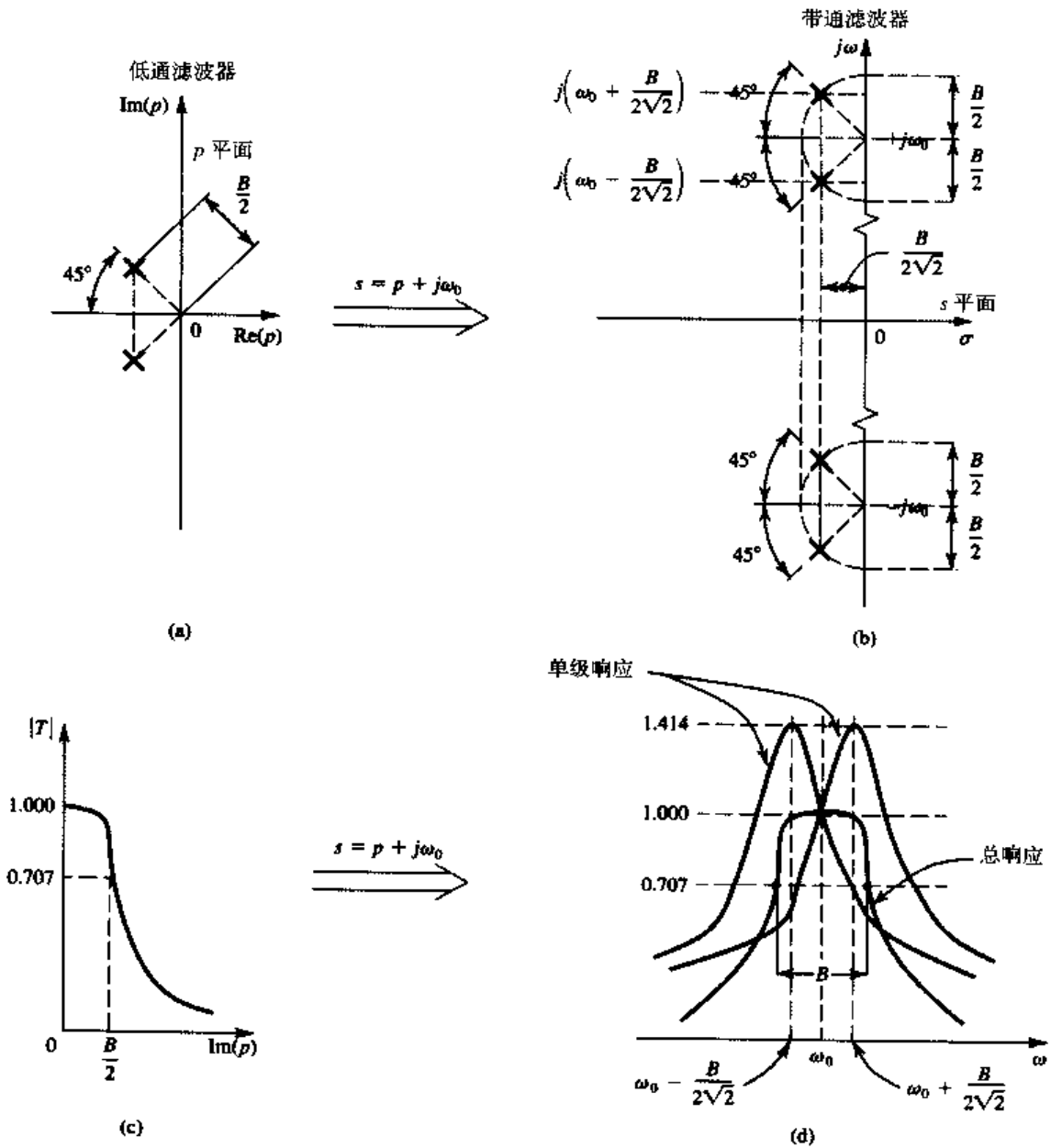


图 12.48 对二阶低通最大平坦响应进行变换得到四阶窄带参差调谐放大器的极点和频率响应

练习 D12.36 把练习 12.35 改成设计一个参差调谐的 IF 放大器。求  $f_{01}$ ,  $B_1$ ,  $f_{02}$  和  $B_2$ 。另外再求每一级的  $C$  和  $R$  的值。(电感仍采用  $3\mu\text{H}$ 。)

答案: 10.77 MHz; 141.4 kHz; 10.63 MHz; 141.4 kHz; 72.8 pF; 15.5 kΩ; 74.7 pF; 15.1 kΩ



**练习 12.37** 在谐振频率点上的电压增益与电阻  $R$  成正比, 求两个电路在 10.7 MHz 处的电压增益的比值: 一个电路是练习 12.36 设计的参差调谐的放大器, 另一个电路是练习 12.35 设计的同步调谐的放大器。(提示: 对参差调谐放大器来说,  $\omega_0$  处的电压增益等于各单级调谐回路在其 3 dB 频率处的增益的乘积。)

答案: 2.42

## 12.12 SPICE 仿真实例

滤波器设计中使用电路仿真至少有三个目的: (1) 验证使用理想元件时的设计正确性; (2) 了解运算放大器的非理想特性对滤波器响应的影响; (3) 确定使用有一定容差的实际元件实现的电路的百分比, 该百分比 (也就是成品率) 应满足设计要求。本节列举两个例子来说明前两个目的。计算机辅助设计的第三个目的非常重要, 也是一个很专业的问题, 它超出了本书的范围。

### 例题 12.5 验证一个五阶切比雪夫滤波器的设计

我们的第一个例子是利用仿真来验证一个五阶切比雪夫滤波器的设计, 具体而言, 我们对元件参数已在练习 12.20 中求得的电路进行仿真。完整的电路如图 12.49 (a) 所示。电路由两个二阶 LCR 电路和一个一阶运算放大器 RC 电路级联而成, 其中二阶电路的电感采用的是电感模拟 Antoniou 电路。利用 PSpice, 我们要比较幅频响应幅度和根据传输函数直接计算得到的幅度。这里我们注意到, PSpice 还能利用模拟行为模型 (ABM) 库中的 Laplace (拉普拉斯) 变换模块完成最后一项工作。

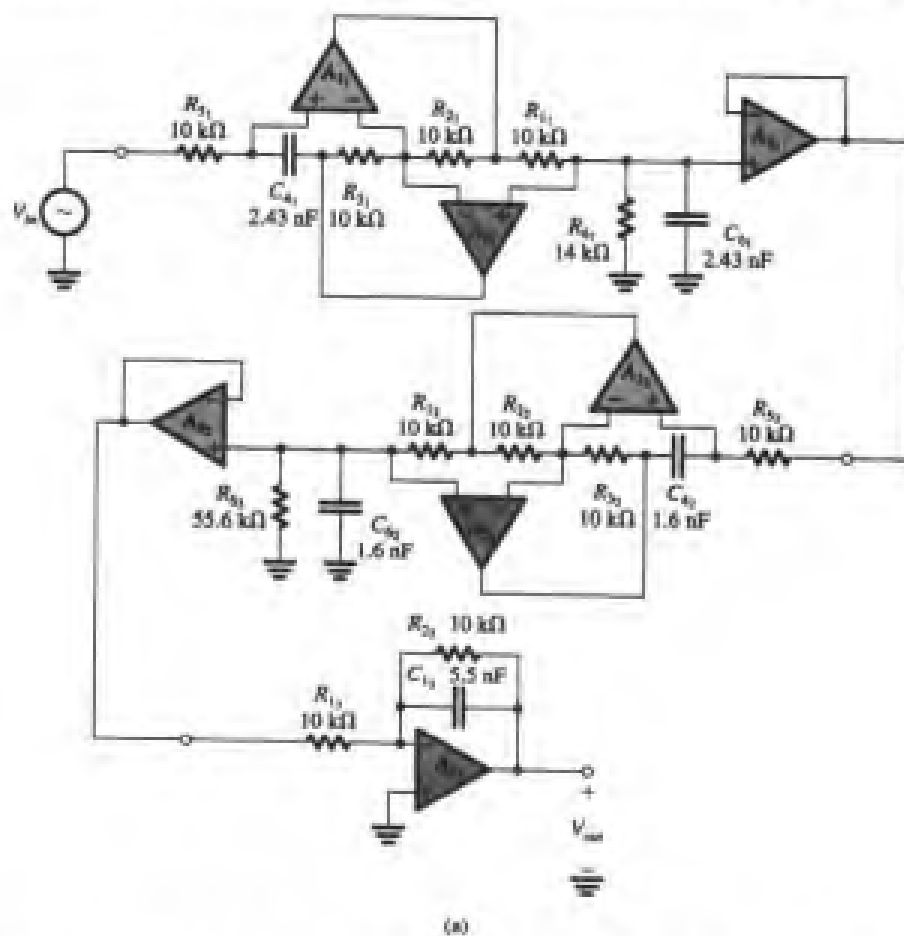


图 12.49 例题 12.5 的电路: (a) 五阶切比雪夫滤波器的电路实现。电路由两级二阶 LCR 谐振器和一阶运算放大器 RC 电路级联而成, 电感采用模拟电感电路

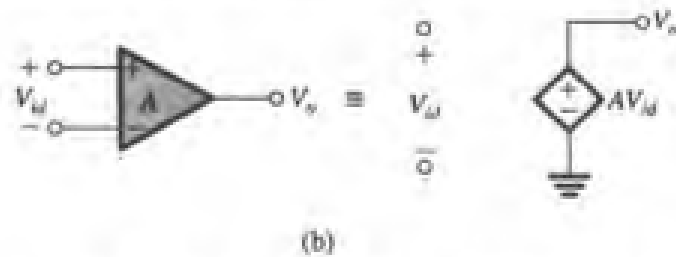


图 12.49 (续) 例题 12.5 的电路: (b) 增益为  $A$  的理想运算放大器的 VCVS 表示

既然仿真的目的仅仅是完成设计的验证, 我们不妨假设器件都是理想的。我们采用运算放大器的理想模型, 也就是电压控制的电压源 (VCVS) 模型, 其增益为  $10^6$  V/V, 如图 12.49 (b) 所示。

进行 SPICE 仿真时, 滤波器输入端采用 1 V 的交流信号, 从 1 Hz 到 20 kHz 内完成交流仿真分析, 并画出输出电压幅度对频率的曲线, 如图 12.50 所示。通带内的扩展波形和整个波段内的幅频响应曲线都显示在图中。这些结果几乎与直接计算理想传输函数得到的结果相同, 从而验证了该设计是正确的。

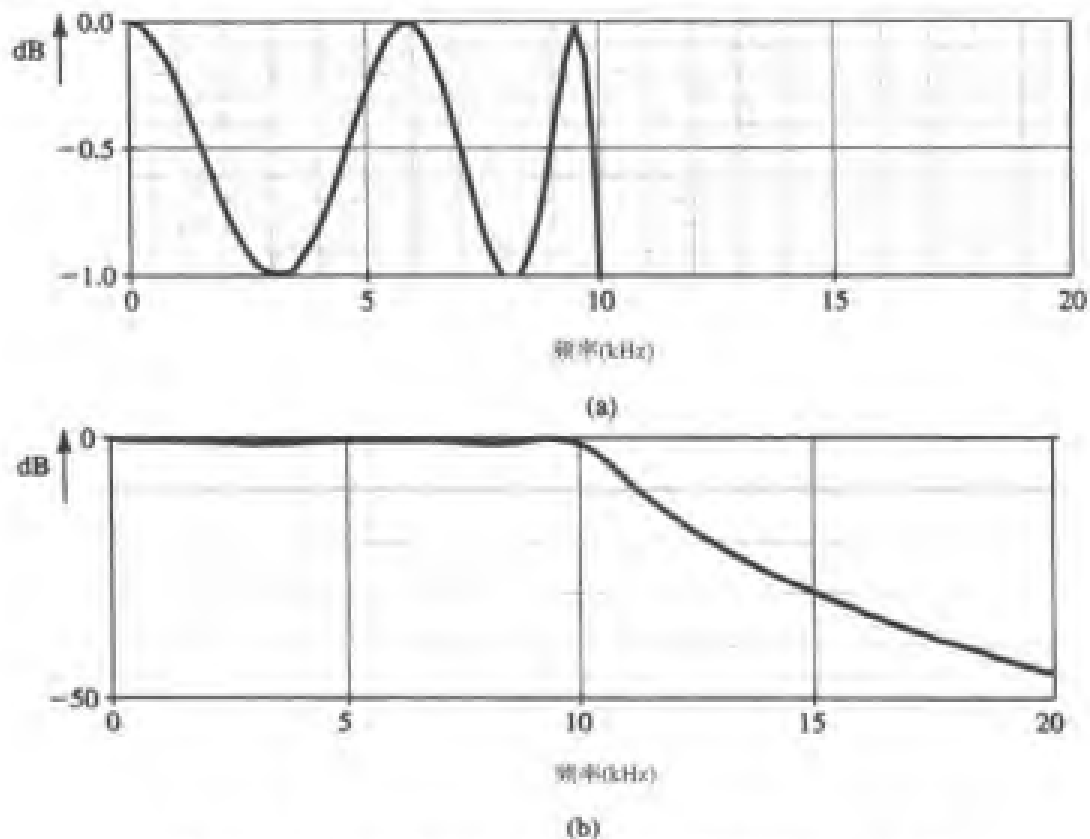


图 12.50 图 12.49 所示的五阶低通滤波器的幅频响应: (a) 通带内的扩展波形; (b) 通带和阻带内的完整波形

### 例题 12.6 分析运算放大器有限带宽对双积分环滤波器性能的影响

在这个例子中, 我们将讨论实际运算放大器的有限带宽对双积分环滤波器频响的影响。电路采用的是图 12.25 (b) 所示的 Tow-Thomas 双二次电路。该电路被设计为可提供  $f_0 = 10$  kHz、 $Q = 20$ 、中心频率增益等于 1 的通带频响。使用的运算放大器为 741 型。具体而言, 对运算放大器单时间常数线性网络的端口特性所建立的模型如图 12.51 所示。由于这里进行的分析都是小信号 (交流) 分析, 因而忽略了非线性特性, 即运算放大器的宏模型中没有包含非线性特性 (如果需要考

虑运算放大器的非线性特性，必须进行瞬态分析)。以下的参数是图 12.51 所示的运算放大器宏模型要用到的：

$$R_{id} = 2 \text{ M}\Omega \quad R_{icm} = 500 \text{ M}\Omega \quad R_o = 75 \Omega$$

$$G_m = 0.19 \text{ mA/V} \quad R_b = 1.323 \times 10^5 \Omega \quad C_b = 30 \text{ pF}$$

741 型运算放大器特定的输入输出电阻值产生了以上这些参数值。它们还进一步提供了直流增益  $A_0 = 2.52 \times 10^5 \text{ V/V}$ ，3 dB 带宽 4 Hz。这些参数也与 741 型运算放大器的值相同。注意，选择  $G_m$ 、 $R_b$  和  $C_b$  的值并不重要，只要满足  $G_m R_b = A_0$  和  $C_b R_b = 1/2\pi f_b$  即可。

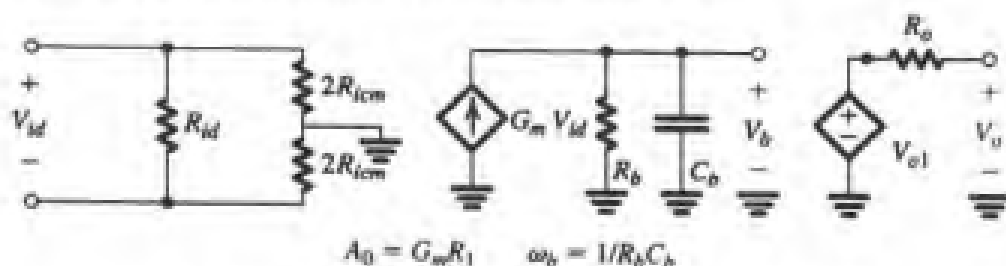


图 12.51 工作在线性区域的运算放大器的单极点宏模型

需要仿真的 Tow-Thomas 电路如图 12.52 所示。电路进行两种情况下的 PSpice 仿真：(1) 假设运算放大器是 741 型的，其线性宏模型如图 12.51 所示；(2) 假设运算放大器是理想的，直流增益  $A_0 = 10^6 \text{ V/V}$ ，使用图 12.49 所示的近似理想的模型。两种情况下的滤波器输入都是 1 V 的交流信号，仿真的频率范围从 8 kHz 到 12 kHz，分别画出输出电压幅度对频率的波形。

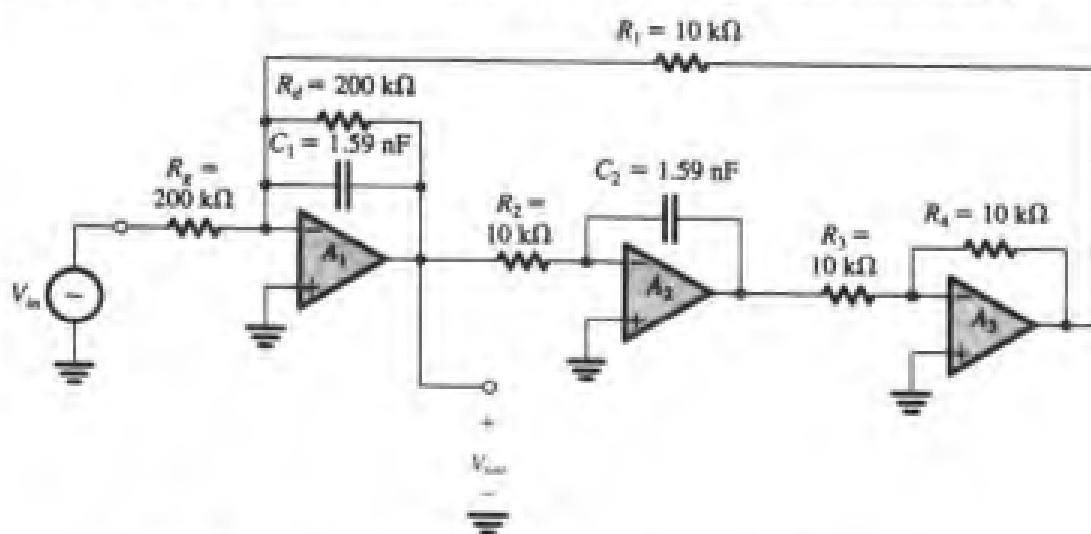


图 12.52 例题 12.6 的电路。采用 Tow-Thomas 双二次电路实现二阶带通滤波器， $f_0 = 10 \text{ kHz}$ ， $Q = 20$ ，中心频率增益为 1

仿真结果如图 12.53 所示，从中可以发现，采用 741 型运算放大器和理想运算放大器得到的滤波器性能具有明显差别。具体而言，采用实际运算放大器的滤波器的中心频率偏移了 -100 Hz，3 dB 带宽也从 500 Hz 降到大约 110 Hz，因此实际上  $Q$  值从理想值 20 上升到了 90 左右。这种现象称为  $Q$  增强，在分析双积分环双二次电路时曾被预测到，如果运算放大器带宽是有限的， $Q$  会增加 [参见 Sedra 和 Brackett (1978)]。分析表明， $Q$  增强的原因是运算放大器的有限带宽引入了滞后的附加相移，如果在反馈环路中引入超前相移，就可以补偿  $Q$  增强效应。只要在电阻  $R_2$  边上串联一个小电容  $C_c$  即可实现补偿。为了分析该补偿技术是否可行，我们变换电容  $C_c$  的值，重

复进行 PSpice 仿真, 仿真结果如图 12.54 (a) 所示。补偿电容从 0 pF 开始增加, 滤波器的  $Q$  值和谐振峰值都向理想值靠近, 但补偿电容  $C_c = 80$  pF 时曲线偏离理想情况比较严重, 所以最优的补偿电容值应该在 60 pF 到 80 pF 之间。采用 PSpice 做进一步仿真, 得到最优的补偿电容值为 64 pF, 相应的频响特性如图 12.54 (b) 所示, 我们注意到, 虽然  $Q$  值基本降到了设计值, 但是中心频率仍有偏移, 这里我们不再对此做更深入的研究, 因为我们的目的不是对双积分环双二次电路的设计进行讨论, 而是通过对有源滤波器非理想性能的讨论熟悉 SPICE 的应用。

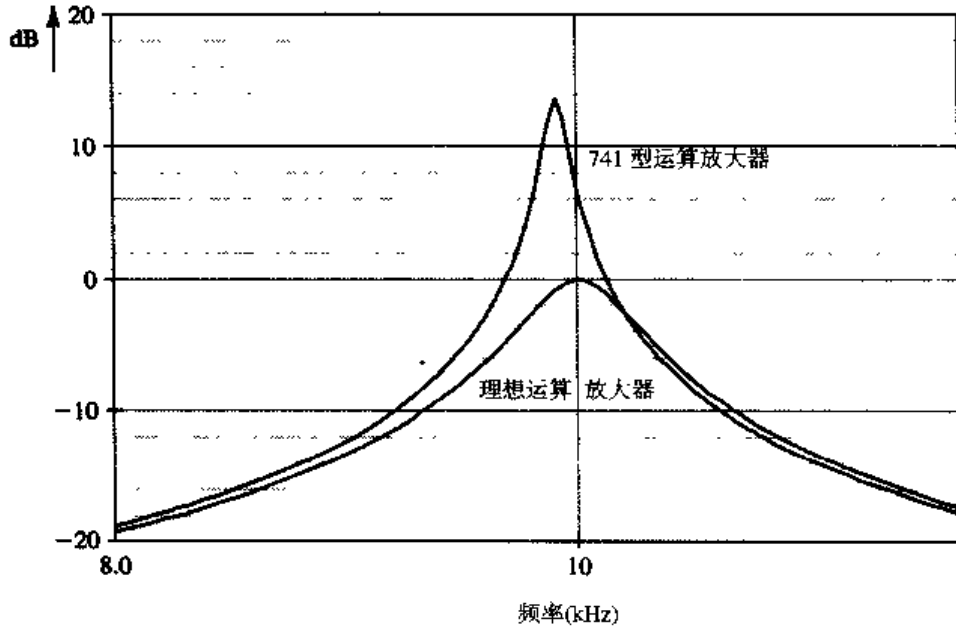


图 12.53 采用 741 型运算放大器实现的 Tow-Thomas 双二次电路的幅频响应和理想幅频响应的比较。结果表明, 741 型运算放大器的有限直流增益和有限带宽对 Tow-Thomas 双二次电路幅频特性有影响

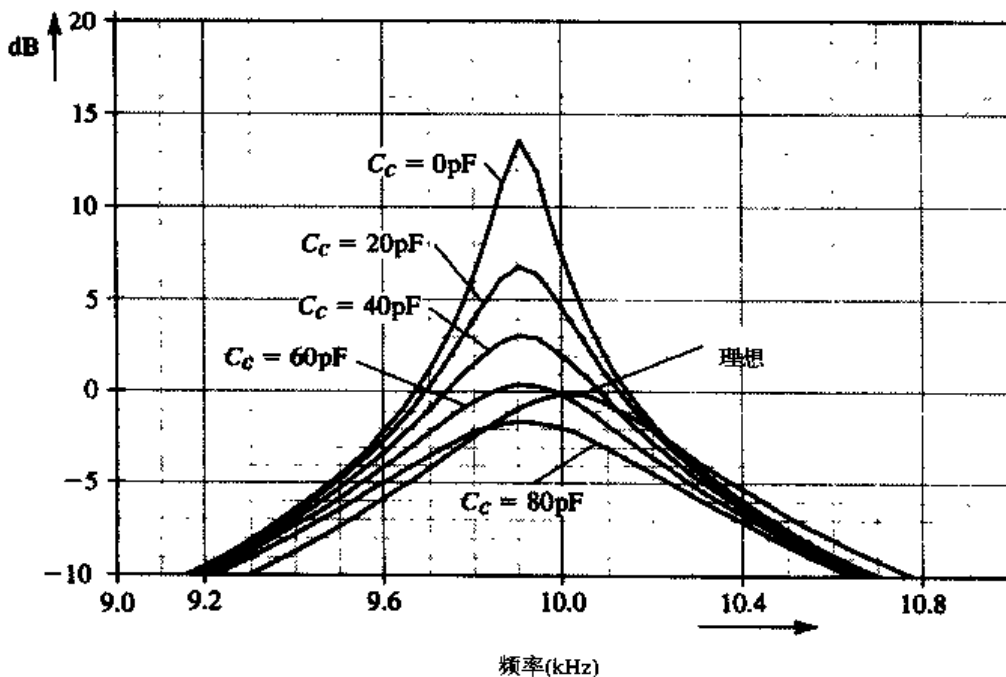


图 12.54 (a) 不同补偿电容的 Tow-Thomas 双二次电路的幅频响应, 为便于比较, 理想幅频特性也画在图中

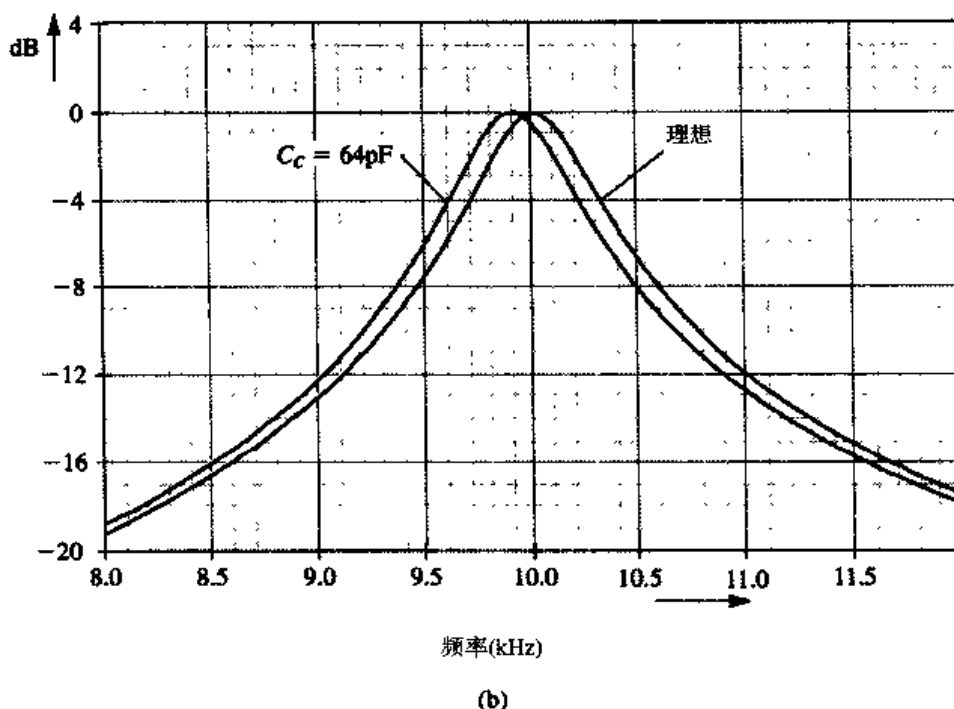


图 12.54 (续) (b) 采用 64 pF 补偿电容的 Tow-Thomas 双二次电路幅频响应和理想幅频响应的比较

## 小结

- 滤波器电路是一个线性二端口网络，其传输函数为  $T(s) = V_o(s)/V_i(s)$ 。在物理频率上，滤波器的传输特性可以表示为  $T(j\omega) = |T(j\omega)|e^{j\phi(\omega)}$ 。幅频特性既可以用分贝 (dB) 形式的增益函数  $G(\omega) \equiv 20\log|T|$  表示，也可以用分贝形式的衰减函数  $A(\omega) \equiv -20\log|T|$  表示。
- 滤波器的传输特性可以用通带和阻带的边界来表征：通带传输允许的最大偏差为  $A_{\max}$  (dB)，阻带最小衰减为  $A_{\min}$  (dB)。有些应用场合还需要对相频特性进行规范。
- 滤波器传输函数可以表示成  $s$  的两个多项式的比值。分母多项式的次数是  $N$ ，也是滤波器的阶数。分母多项式的  $N$  个根就是极点 (自然模式)。
- 为了得到高选择性的响应，极点应该是复数，而且是成对出现的 (除了  $N$  是奇数的情况，有实数极点)。零点应该位于包括  $\omega = 0$  和  $\omega = \infty$  的阻带内的  $j\omega$  轴上。
- 巴特沃斯滤波器逼近实现了在  $\omega = 0$  处的最大平坦低通特性。当  $\omega$  增加时，传输特性单调下降，在  $\omega = \infty$  处下降至 0 (无限衰减)，所有  $N$  个传输零点都位于  $\omega = \infty$  处。式 (12.11) 给出了  $|T|$ ，其中的  $\epsilon$  由式 (12.14) 确定，阶数  $N$  由式 (12.15) 确定。极点频率根据图 12.10 所示的分布结构确定，传输函数由式 (12.16) 确定。
- 切比雪夫滤波器逼近实现了通带内的等波纹传输和阻带内的单调下降传输。所有的传输零点均位于  $s = \infty$ 。式 (12.18) 给出通带内的  $|T|$ ，式 (12.19) 给出阻带内的  $|T|$ ，其中  $\epsilon$  的值由式 (12.21) 确定，阶数  $N$  由式 (12.22) 确定，根点频率由式 (12.23) 确定，传输函数由式 (12.24) 确定。
- 有关一阶滤波器函数及其电路实现的总结参见图 12.13 和图 12.14。
- 7 种典型的滤波器函数的特性参见图 12.16。
- 图 12.17 (a) 所示的 LCR 谐振器实现了一对共轭复数极点，其频率为  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ，品质因数

$Q = \omega_0 CR$ 。该谐振器可以实现图 12.18 中的各种二阶滤波器函数。

- 采用图 12.20 (a) 所示的电感模拟 Antoniou 电路替换 LCR 谐振器中的电感, 便可得到图 12.21 (b) 所示的运算放大器 RC 谐振器。该电路可以实现图 12.22 所示的各种二阶滤波器函数。电路设计公式见表 12.1。
- 基于双积分环结构的双二次电路是电路变换最多、使用最普遍的二阶滤波器电路实现形式。有两种电路形式: 一种是图 12.24 (a) 所示的 KHN 电路, 它可以实现 LP, BP 和 HP 功能, 而且可以将它们各自的输出端接到图 12.28 (b) 所示的加法电路上, 实现陷波函数和全通函数的功能; 另一种是图 12.25 (b) 所示的 Tow-Thomas 电路, 它可以实现 BP 和 LP 的功能。在 Tow-Thomas 中加上前馈电路便可得到如图 12.26 所示的电路, 它可以实现任何二阶函数的功能 (参见表 12.2)。
- 单级放大双二次电路 (SAB) 是在运算放大器的反馈回路上放置桥 T 网络而得到的电路。如果运算放大器是理想的, 实现的极点位置和 RC 网络的零点位置相同。在反馈回路上进行互补变换可以得到另外一个反馈环, 它们有相同的极点。输入信号接在电路与地相连的节点处可以得到不同的电路传输零点。SAB 电路对运算放大器的使用很经济, 但对运算放大器的非理想特性较敏感, 从而限制了其在低  $Q$  值情况下的应用 ( $Q \leq 10$ )。
- 经典灵敏度函数 ( $S_x^y = \frac{\partial y/y}{\partial x/x}$ ) 是一个非常有用的工具, 它可以用来分析滤波器电路对元件参数值的容忍度以及对运算放大器非理想特性的容忍度, 实际元件参数值与设计值之间的偏差是不可避免的。
- 开关电容 (SC) 滤波器基于这样的原理: 一个位于电路两节点之间的电容在周期性高频  $f_c$  信号作用下, 其功能和一个电阻相同, 该电阻阻值为  $R = 1/Cf_c$ 。SC 滤波器采用 CMOS 集成电路可以实现单片集成。
- 调谐放大器采用 LC 谐振回路作为负载, 或者接在晶体管放大器的输入端。它们主要应用在通信接收机的 RF 调谐器和 IF 放大器的电路设计中。Cascode 和 CC-CB 级联组态在调谐放大器设计中经常被用到。参差调谐各单级调谐放大器可以得到比较平坦的通带响应 (和所有各级同步调谐的电路相比较)。

## 习题

### 12.1 节: 滤波器传输、分类和规范

- 12.1 一阶低通滤波器函数 (比如由 RC 电路实现) 可以表示成  $T(s) = \omega_0 / (s + \omega_0)$ , 其中  $\omega_0$  是滤波器的 3 dB 带宽。用表格形式给出参数  $|T|$ ,  $\phi$ ,  $G$ ,  $A$  在以下特定频率点上的值:  $\omega = 0, 0.5\omega_0, \omega_0, 2\omega_0, 5\omega_0, 10\omega_0, 100\omega_0$ 。
- \*12.2 一个滤波器的传输函数为  $T(s) = 1/[(s+1)(s^2+s+1)]$ , 证明  $|T| = \sqrt{1+\omega^6}$  并写出相位函数  $\phi(\omega)$  的表达式。计算  $\omega = 0.1 \text{ rad/s}, 1 \text{ rad/s}, 10 \text{ rad/s}$  时的  $|T|$  和  $\phi$  的值, 然后求对应于以下输入信号的输出信号:
- (a)  $2 \sin 0.1t$  (V)
  - (b)  $2 \sin t$  (V)
  - (c)  $2 \sin 10t$  (V)
- 12.3 滤波器的幅频响应如图 12.3 所示, 求  $\omega = 0, \omega = \omega_p$  和  $\omega = \omega_s$  时的  $|T|$ 。其中,  $A_{\max} = 0.5 \text{ dB}$ ,  $A_{\min} = 40 \text{ dB}$ 。

- D12.4 一个低通滤波器要求在通带内传输信号，通带范围为 0~4 kHz，传输波动不超过 10%（即通带内的最大和最小传输的比值不超过 1.1）。阻带范围从 5 kHz 到  $\infty$ ，阻带传输不超过通带传输最大值的 0.1%，求  $A_{\max}$  和  $A_{\min}$  的值，以及滤波器的选择性因子。
- 12.5 一个低通滤波器的规范参数是  $A_{\max} = 1$  dB， $A_{\min} = 10$  dB。我们发现单时间常数的 RC 电路能够满足滤波器的规范要求，该 RC 电路的时间常数是 1 s，直流增益是 1。则该滤波器的  $\omega_p$  和  $\omega_s$  必须是多少？选择性因子是多少？
- 12.6 规范高通滤波器的参数并画出传输特性。 $f \geq 2$  kHz 定义为滤波器的通带， $f \leq 1$  kHz 定义为滤波器的阻带， $A_{\max} = 0.5$  dB， $A_{\min} = 50$  dB。
- 12.7 规范带阻滤波器的参数并画出传输特性。 $0 \leq f \leq 10$  kHz 和  $20$  kHz  $\leq f \leq \infty$  定义为滤波器的通带，且  $A_{\max} = 1$  dB。阻带的范围从  $f = 12$  kHz 到  $f = 16$  kHz，最小衰减为 40 dB。

12.2 节：滤波器传输函数

- 12.8 考虑一个五阶低通滤波器，其所有极点均位于半径为  $10^3$  rad/s 的圆上。其中一对共轭极点和  $j\omega$  的夹角为  $18^\circ$ ，另一对零点的夹角为  $54^\circ$ 。求满足下列情况的传输函数：  
 (a) 所有的传输零点均位于  $s = \infty$ ，直流增益为 1。  
 (b) 所有的传输零点均位于  $s = 0$ ，高频增益为 1。  
 每种情况下的滤波器各是何种类型的？
- 12.9 一个三阶低通滤波器具有位于  $\omega = 2$  rad/s 和  $\omega = \infty$  处的零点，它的极点位于  $s = -1$  和  $s = -0.5 \pm j0.8$  处，直流增益为 1，求传输函数  $T(s)$ 。
- 12.10 求一个带通滤波器的阶数  $N$  和传输函数  $T(s)$ 。滤波器的传输零点如下：一个位于  $\omega = 0$ ，一个位于  $\omega = 10^3$  rad/s，一个位于  $\omega = 3 \times 10^3$  rad/s，一个位于  $\omega = 6 \times 10^3$  rad/s，一个位于  $\omega = \infty$ 。如果滤波器在通带内是单调下降的，且峰值出现在频率等于  $2 \times 10^3$  rad/s 处，阻带内等波纹传输。画出  $|T|$  的波形。

- \*12.11 分析图 P12.11 所示的 RLC 电路，确定其传输函数  $V_o(s)/V_i(s)$  以及零点和极点。（提示：从输出端开始分析到输入端。）

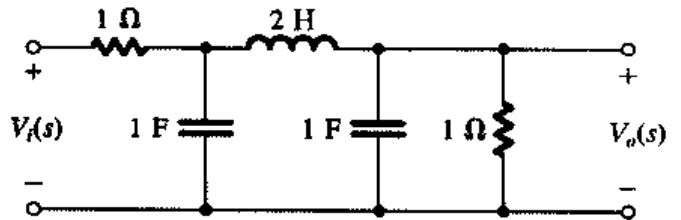


图 P12.11

12.3 节：巴特沃斯与切比雪夫滤波器

- D12.12 确定巴特沃斯滤波器的阶数  $N$ ，其传输特性为： $A_{\max} = 1$  dB， $A_{\min} \geq 20$  dB，选择性因子  $\omega_s/\omega_p = 1.3$ 。实际的阻带衰减最小值是多少？如果  $A_{\min}$  正好等于 20 dB， $A_{\max}$  可以降到何值？
- 12.13 计算七阶巴特沃斯滤波器在频率等于 3 dB 频率的 1.6 倍处的衰减值。
- 12.14 求五阶巴特沃斯滤波器的极点频率，已知 1 dB 带宽是  $10^3$  rad/s， $N = 5$ 。
- D12.15 设计一个巴特沃斯滤波器，要求其满足以下低通滤波器的规范： $f_p = 10$  kHz， $A_{\max} = 2$  dB， $f_s = 15$  kHz， $A_{\min} = 15$  dB，求阶数  $N$ 、极点频率和传输函数  $T(s)$ 。在 20 kHz 处的衰减是多少？
- \*12.16 画出七阶低通切比雪夫滤波器的传输特性  $|T|$ 。已知滤波器的  $\omega_p = 1$  rad/s， $A_{\max} = 1$  dB。利用式 (12.18) 确定  $|T| = 1$  时的  $\omega$  值和  $|T| = \sqrt{1 + \epsilon^2}$  时的  $\omega$  值并在图中标明这些值。利用式 (12.19) 确定  $\omega = 2$  rad/s 时的  $|T|$  值，并在图中标明。当  $\omega$  取值很大时，传输特性下降的速度（用 dB/二倍频程表示）是多少？

12.17 比较相同阶数的巴特沃斯滤波器和切比雪夫滤波器在  $\omega_s = 2\omega_p$  处的衰减, 两个滤波器的  $A_{\max} = 1 \text{ dB}$ 。在同一坐标系上画出两个滤波器的  $|T|$  特性。

D\*12.18 设计一个低通滤波器, 要求满足下列规范:  $f_p = 3.4 \text{ kHz}$ ,  $A_{\max} = 1 \text{ dB}$ ,  $f_s = 4 \text{ kHz}$ ,  $A_{\min} = 35 \text{ dB}$ 。

(a) 求切比雪夫滤波器的阶数, 超过规范 (35 dB) 的阻带衰减数值是多少?

(b) 求极点和传输函数。

#### 12.4 节: 一阶和二阶滤波器函数

D12.19 利用图 12.13 提供的信息设计一阶运算放大器 RC 低通滤波器, 其 3 dB 频率为 10 kHz, 直流增益的幅度是 10, 输入电阻为 10 k $\Omega$ 。

D12.20 利用图 12.13 提供的信息设计一阶运算放大器 RC 高通滤波器, 其 3 dB 频率为 100 Hz, 高频输入电阻为 100 k $\Omega$ , 高频增益幅度为 1。

D\*12.21 利用图 12.13 提供的信息设计一阶运算放大器 RC 频谱整形网络, 它有一个 1 kHz 的传输零点, 有一个 100 kHz 的传输极点, 低频输入电阻是 1 k $\Omega$ , 得到的高频增益是多少? 画出传输函数的幅频特性曲线。

D\*12.22 把一个一阶运算放大器 RC 低通电路和一个一阶运算放大器 RC 高通电路级联在一起, 可以得到一个宽带的带通滤波器。假设滤波器的中频增益是 12 dB, 3 dB 带宽从 100 Hz 到 10 kHz。求电路的元件参数, 要求采用的电阻值不超过 100 k $\Omega$ , 输入电阻要尽可能大。

D12.23 推导图 12.14 所示运算放大器 RC 电路的  $T(s)$ 。我们希望该电路成为一个可变移相器, 即调整电阻  $R$  的值可以改变相移值。假如输入信号的频率是  $10^4 \text{ rad/s}$ , 电容  $C = 10 \text{ nF}$ , 求电阻  $R$  的值, 使其能够实现以下的相移值:  $-30^\circ$ ,  $-60^\circ$ ,  $-90^\circ$ ,  $-120^\circ$ ,  $-150^\circ$ 。

12.24 证明交换图 12.14 所示运算放大器 RC 电路的  $R$  和  $C$ , 得到的电路的相移范围为 0 到  $180^\circ$  (高频是 0, 低频是  $180^\circ$ )。

12.25 利用图 12.16 (a) 提供的信息求二阶低通滤波器的传输函数, 已知  $\omega_0 = 10^3 \text{ rad/s}$ ,  $Q = 1$ , 直流增益为 1。  $|T|$  取得峰值时的频率为多少? 传输的峰值是多少?

D\*\*\*12.26 利用图 12.16 (a) 提供的信息求二阶低通滤波器的传输函数, 它满足图 12.3 所示的规范定义,  $\omega_p = 1 \text{ rad/s}$ ,  $A_{\max} = 3 \text{ dB}$ 。注意有两组解, 求每一组解的  $\omega_0$  和  $Q$ 。如果  $\omega_s = 2 \text{ rad/s}$ , 求每组解的  $A_{\min}$ 。

D\*\*12.27 把两个一阶运算放大器 RC 全通电路级联起来, 得到的电路可以提供一组三相 60 Hz 的电压信号, 每一个电压之间的夹角均为  $120^\circ$ , 幅度相等, 如图 P12.27 所示。该电压可以模拟三相电力传输系统。使用  $1 \mu\text{F}$  的电容。

12.28 利用图 12.16 (b) 提供的信息求二阶高通滤波器的传输函数, 其极点为  $-0.5 \pm j\sqrt{3}/2$ , 高频增益为 1。

D\*\*12.29 (a) 证明二阶带通滤波器的  $|T|$  关于中心频率  $\omega_0$  几何对称。也就是说, 幅度相等的一对频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  有  $|T(j\omega_1)| = |T(j\omega_2)|$ , 则两个频率之间满足  $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$ 。

(b) 求二阶带通滤波器的传输函数, 它满足图 12.4 所示的设计规范,  $\omega_{p1} = 8100 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{p2} = 10\,000 \text{ rad/s}$ ,

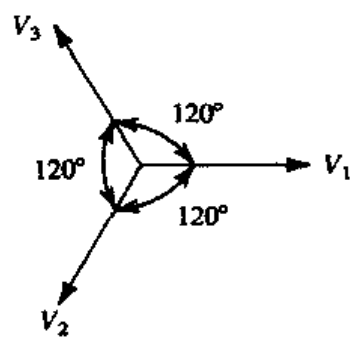


图 P12.27



$A_{\max} = 1 \text{ dB}$ 。如果  $\omega_{s1} = 3000 \text{ rad/s}$ ，求  $A_{\min}$  和  $\omega_{s2}$ 。

- D\*12.30 利用练习 12.15 的结论，求陷波滤波器的传输函数，希望该滤波器能去除  $60 \text{ Hz}$  的干扰信号。由于干扰信号不稳定，所以要求滤波器可在中心频率  $60 \text{ Hz}$  附近的  $6 \text{ Hz}$  范围内达到  $20 \text{ dB}$  以上的衰减。直流传输增益为 1。
- 12.31 考虑一个二阶全通滤波器电路，因为元件参数值的不精确导致零点频率略低于极点频率，大致画出  $|T|$  的波形。重复完成零点频率略高于极点频率的求解。
- 12.32 考虑一个二阶全通滤波器电路，因为元件参数值的不精确导致零点的  $Q$  值略高于极点的  $Q$  值，大致画出  $|T|$  的波形。重复完成零点的  $Q$  值略低于极点  $Q$  值的求解。

### 12.5 节：二阶 LCR 谐振器

- D12.33 设计图 12.17 (a) 所示的 LCR 谐振器电路，得到  $\omega_0 = 10^4 \text{ rad/s}$ ， $Q = 2$ 。采用  $10 \text{ k}\Omega$  的电阻。
- 12.34 求图 12.17 (a) 所示 LCR 电路在下列参数变化时  $\omega_0$  的变化：  
 (a)  $L$  增加 1%  
 (b)  $C$  增加 1%  
 (c)  $R$  增加 1%
- 12.35 推导图 12.18 (c) 所示高通电路的传输函数表达式  $V_o(s)/V_i(s)$ 。
- D12.36 利用图 12.18 (b) 所示的电路设计一个低通滤波器，其  $\omega_0 = 10^5 \text{ rad/s}$ ， $Q = 1/\sqrt{2}$ ，电容采用  $0.1 \mu\text{F}$ 。
- D12.37 修改图 12.18 (d) 所示的带通滤波器电路，在不改变  $\omega_0$  和  $Q$  的情况下使中心频率增益从 1 变化到 0.5。
- 12.38 考虑图 12.17 (a) 所示的 LCR 谐振器，断开与地相连的节点  $x$ 、 $y$  和  $z$ ，分别接输入信号源  $V_x$ 、 $V_y$  和  $V_z$ 。采用叠加原理求谐振器的输出电压  $V_o$  的表达式，用  $V_x$ 、 $V_y$  和  $V_z$  表示。
- 12.39 考虑图 12.18 (i) 的陷波电路，求  $L_1$  和  $L_2$  的比值，使得陷波出现在  $0.9\omega_0$  处，并求此情况下的两个传输幅度： $f \ll \omega_0$ ； $f \gg \omega_0$ 。

### 12.6 节：基于电感替代的二阶有源滤波器

- D12.40 设计图 12.20 所示的电路（选择合适的元件参数），实现的电感量分别为：(a)  $10 \text{ H}$ ；(b)  $1 \text{ H}$ ；(c)  $0.1 \text{ H}$ 。
- \*12.41 假设运算放大器是理想的，推导图 12.22 (a) 所示电路的传输函数。
- D\*12.42 要求设计一个五阶巴特沃斯滤波器，其  $3 \text{ dB}$  带宽是  $10^4 \text{ rad/s}$ ，直流增益为 1。采用两个图 12.22 (a) 所示的二阶电路和一个图 12.13 (a) 所示的一阶运算放大器 RC 电路级联，求合适的元件参数。
- D12.43 设计图 12.22 (e) 所示电路，实现 LPN 函数功能，其  $f_0 = 4 \text{ kHz}$ ， $f_n = 5 \text{ kHz}$ ， $Q = 10$ ，直流增益等于 1，选用的  $C_4 = 10 \text{ nF}$ 。
- D12.44 设计图 12.22 (g) 所示的全通电路，使得  $f = 1 \text{ kHz}$  时电路产生  $180^\circ$  的相移， $Q = 1$ 。选用  $1 \text{ nF}$  的电容。
- 12.45 考虑图 12.20 (a) 所示的 Antoniou 电路，去掉电阻  $R_5$ ，在节点 1 和地之间接入电容  $C_6$ ，电压源  $V_2$  与节点 2 相连，证明此时从输入端  $V_2$  视入的等效阻抗等于  $R_2/s^2 C_4 C_6 R_1 R_3$ 。在物理频率 ( $s = j\omega$ ) 上，输入阻抗的物理意义是什么？（输入阻抗是一个频率相关的负阻，即 FDNR<sub>s</sub>）

- D\*\*12.58 考虑图 12.30 所示的带通电路, 令  $C_1 = C_2 = C$ ,  $R_3 = R$ ,  $R_4 = R/4Q^2$ ,  $CR = 2Q/\omega_0$ , 及  $\alpha = 1$ 。断开运算放大器与地相连的同相输入端, 接至由  $R_1$  和  $R_2$  构成的输入分压电路, 对电路进行分析并求传输函数  $V_o/V_i$ 。求电压分压比  $R_2/(R_1+R_2)$ , 使得电路实现: (a) 全通函数; (b) 陷波函数。假设运算放大器是理想的。
- D\*12.59 假设运算放大器是理想的, 推导图 12.33 (b) 所示电路的传输函数。证明电路实现的是高通函数的功能, 并求电路的高频增益。设计一个电路, 使得该电路具有最大平坦响应, 3 dB 带宽是  $10^3$  rad/s, 采用的电容为  $C_1 = C_2 = 10$  nF。(提示: 对最大平坦响应, 有  $Q = 1/\sqrt{2}$ ,  $\omega_{3dB} = \omega_0$ 。)
- D\*12.60 设计一个五阶的巴特沃斯滤波器, 电路采用两级 Sallen 和 Key 电路 [见图 12.34 (c)] 和一级一阶电路 [见图 12.13 (a)] 级联而成, 要求滤波器的 3 dB 带宽是 5 kHz, 直流增益是 1, 所有电阻值均等于 10 k $\Omega$ 。
- 12.61 交换输入节点和接地点可以得到互补的传输函数, 其过程如图 12.31 所示, 该方法可以应用于任何其他网络 (不仅仅是 RC 网络)。证明: 如果网络  $n$  是一个带通电路, 中心频率增益为单位 1, 经过互补变化后, 得到的两网是一个陷波电路, 并用图 12.18 (d) 和 (e) 所示的 RLC 电路为例, 给予验证。

### 12.9 节: 灵敏度

- 12.62 计算图 12.18 (d) 所示电路的灵敏度参数, 即  $\omega_0$  和  $Q$  对  $R$ ,  $L$  和  $C$  的灵敏度。
- \*12.63 证明以下的灵敏度等式:
- 如果  $y = uv$ , 则  $S_x^y = S_x^u + S_x^v$ 。
  - 如果  $y = u/v$ , 则  $S_x^y = S_x^u - S_x^v$ 。
  - 如果  $y = ku$ , 其中  $k$  是常数, 则  $S_x^y = S_x^u$ 。
  - 如果  $y = u^n$ , 其中  $n$  是常数, 则  $S_x^y = nS_x^u$ 。
  - 如果  $y = f_1(u)$ ,  $u = f_2(x)$ , 则  $S_x^y = S_u^y \cdot S_x^u$ 。
- \*12.64 对图 12.33 (b) 所示的电路, 求  $\omega_0$  和  $Q$  对放大器增益  $A$  的灵敏度。
- \*12.65 对图 12.34 (a) 所示的反馈环, 利用式 (12.77) 和式 (12.78) 确定  $\omega_0$  和  $Q$  对所有无源元件的灵敏度, 电路设计时有  $R_1 = R_2$ 。
- 12.66 对图 12.21 (b) 所示的运算放大器 RC 谐振器, 利用表 12.1 的上面两行关于  $\omega_0$  和  $Q$  的灵敏度表达式, 确定  $\omega_0$  和  $Q$  对所有电阻和电容的灵敏度。

### 12.10 节: 开关电容滤波器

- 12.67 对图 12.35 (b) 所示的开关电容输入电路, 若时钟信号的频率是 100 kHz, 求电容  $C_1$  为 1 pF 和 10 pF 时的等效输入电阻值。
- 12.68 假设图 12.35 (b) 所示的输入电路接的是 1 V 的直流电压, 电容  $C_1$  等于 1 pF, 网相时钟信号的每一个周期里传输的电荷是多少? 对 100 kHz 的时钟, 从输入源得到的平均电流是多少? 当反馈电容为 10 pF 时, 每个周期内输出端的变化是多少? 设运算放大器输出饱和电压等于  $\pm 10$  V, 反馈电容初始状态已完全放电, 问经过几个周期运算放大器将达到饱和? 产生的阶梯输出电压的平均斜率是多少?
- D12.69 设时钟频率为 400 kHz, 重复练习 12.31。
- D12.70 设  $Q = 40$ , 重复练习 12.31。
- D12.71 设计图 12.37 (b) 所示的电路, 使得第二个 (同相) 积分器的输出满足最大平坦低通特